

## Определение тензора упругости текстурованных металлов на основе измерений скоростей объемных ультразвуковых волн Бархатов В.А.

Рассматривается методика измерения полного набора тензорных упругих констант поликристаллов с текстурой.

Большинство металлических материалов, полученных прокаткой, экструзией, штамповкой и т.д. обладают анизотропией физических свойств, которая, в основном обусловлена преимущественной ориентацией зерен (текстурой). В настоящее время накоплен богатый экспериментальный материал указывающий на связь кристаллографической текстуры с анизотропией физических свойств металлов, применяемых в промышленности [1-5]. При этом одной из наиболее важных и сложных задач является исследование упругих свойств анизотропных поликристаллов. До недавнего времени исследования ограничивались определением частных характеристик (модуль Юнга, модуль сдвига) и только с развитием ультразвукового оборудования появилась возможность определить все компоненты тензора упругости [6-9].

Существуют некоторые особенности использования ультразвукового метода для измерения модулей упругости. Прежде всего следует отметить различие модулей, найденных в экспериментах со статическим нагружением образцов и модулей, полученных в экспериментах с резонансными колебаниями и при измерении скоростей ультразвуковых волн. Дело в том, что в статических испытаниях процесс нагружения является изотермическим, а в динамических испытаниях – адиабатическим. Различие между изотермическими и адиабатическими модулями упругости металлов составляет 2 – 3 % [10].

Далее, динамические методы позволяют выполнять измерения при очень низких уровнях деформаций материала. Амплитуду деформаций в волне можно определить из следующих соотношений [11]

$$I = \frac{1}{2} \rho V V_K, \quad V_K = 2\pi f \varepsilon_{\max},$$

где:  $I$  - интенсивность волны,  $\rho$  - плотность материала,  $V$  - скорость распространения волны,  $V_K$  - колебательная скорость,  $f$  - частота,  $\varepsilon_{\max}$  - амплитуда деформаций.

Например, продольная волна средней интенсивности  $I = 2 \cdot 10^{-4}$  Вт/м<sup>2</sup>, распространяющаяся в стали  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  КГ/м<sup>3</sup>,  $V = 5920$  м/с, создает деформации  $\varepsilon_{\max} = 3 \cdot 10^{-10}$  при частоте  $f = 5$  МГц. Таким образом, ультразвуковой метод гарантирует отсутствие микропластических деформаций при измерениях.

Методика измерений основана на предположении об идеальной упругости материала. Реальные же поликристаллы обладают внутренним трением и являются микронеоднородными телами.

Внутреннее трение, кроме потерь энергии волнового движения, создает еще небольшое изменение скорости волн. В диапазоне ультразвуковых частот справедлива модель В.Войгта [10]

$$V \approx V_0 \left[ 1 + \frac{3}{2} (\pi f \tau)^2 \right], \quad \alpha \approx 2 \frac{(\pi f)^2}{V_0} \tau.$$

где:  $V_0$  - низкочастотное значение скорости волны,  $\tau$  - постоянная времени релаксации,  $\alpha$  - коэффициент затухания [непер/м]. Особенностью модели Войгта является увеличение затухания пропорционально квадрату частоты. Это подтверждается множеством экспериментальных работ [6,12,13,14]. Для большинства металлов в поликристаллическом состоянии время релаксации

$\tau = 10^{-9} \div 10^{-11}$  с. Численная проверка показывает, что относительное изменение скорости ультразвука из-за внутреннего трения составляет  $10^{-5} \div 10^{-7}$  на частотах до 20 МГц.

Более существенным является влияние зеренной структуры металла, которое проявляется в дополнительном затухании, вызванном рассеянием волн, и дисперсией скорости звука. В первую очередь эти эффекты зависят от соотношения среднего размера зерна  $\bar{D}$  и длины волны  $\lambda$  [4]. Например, в работе [15] исследовались зависимости скорости звука и затухания от частоты в поликристаллической меди. Отмечается, что при среднем размере зерна  $\bar{D} = 75$  мкм в диапазоне частот 1-10 МГц скорость продольных волн изменяется на 0,5%, а при  $\bar{D} \approx 700$  мкм дисперсия скорости составляет 2%.

Распространение ультразвука в микронеоднородной среде сопровождается излучением вторичных волн, отраженных от границ кристаллитов. Они попадают на пьезопреобразователь и образуют непрерывный случайный сигнал, называемый структурным шумом. Наличие такого шума на А-скане указывает на то, что в измерениях скорости присутствуют существенные погрешности. Гарантия корректности измерений дается при выполнении эмпирического условия  $\lambda > 10\bar{D}$ .

Остановимся кратко на способе измерения скорости ультразвука эхо-импульсным методом [6,11]. Здесь, как правило используют образцы с плоскопараллельными гранями, Рис.1. При прозвучивании образца прямым преобразователем формируется серия донных эхосигналов. С помощью ультразвукового дефектоскопа измеряют задержку первого и второго из них.

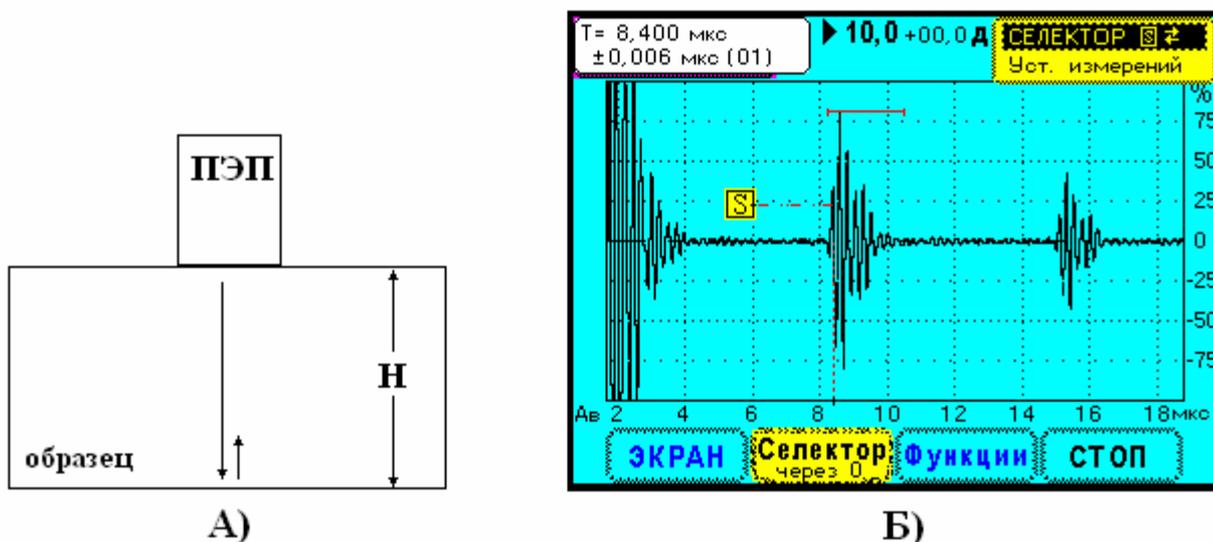


Рис.1. Измерение скорости звука эхо-импульсным методом.

А) Схема прозвучивания образца. Б) Вид экрана ультразвукового дефектоскопа УД9812, А-скан. Прямой преобразователь поляризованных поперечных волн К4КУ.

Скорость звука определяют по формуле  $V = \frac{2H}{t_2 - t_1}$ . В зависимости от типа волн, излучаемых преобразователем, может быть измерена скорость продольной волны  $V_L$  и скорость поперечной волны  $V_T$ . Если материал изотропен, модули упругости  $\Lambda, \mu$  (постоянные Ламе) находят из простых соотношений

$$\rho V_L^2 = \Lambda + 2\mu, \quad \rho V_T^2 = \mu.$$

Для справки также приведем формулы для определения модуля Юнга  $E$ , модуль сдвига  $G$  и коэффициента Пуассона  $\nu$

$$E = \frac{\mu(3\Lambda + 2\mu)}{\Lambda + \mu}, \quad G = \mu, \quad \nu = \frac{\Lambda}{2(\Lambda + \mu)}.$$

В случае анизотропного материала упругие свойства меняются в зависимости от направления в пространстве и, следовательно, связь скоростей волн с упругими константами будет более сложной. Методика определения тензора упругости строится на основе анализа решений волнового уравнения для анизотропного упругого тела [4,6,7,8,11]

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_l}, \quad (1)$$

где:  $\rho$  – плотность среды,  $C_{ijkl}$  - тензор упругости,  $U_i$  - вектор смещения точек среды,  $x_i$  - компоненты ортогональной пространственной системы координат. Волновое уравнение (1) представляет собой систему из 3-х уравнений в частных производных.

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, бегущую в направлении, которое задается единичным вектором волновой нормали  $\vec{N} = (n_1, n_2, n_3)$ ,

$$\tilde{U}_i = U_i \exp[j(\omega t - K\vec{R} \cdot \vec{N})]. \quad (2)$$

Здесь  $\omega$  - круговая частота,  $K$  - волновое число,  $\vec{R} = (x_1, x_2, x_3)$  - радиус-вектор, характеризующий точку наблюдения в пространстве.

Установим связь параметров волны с плотностью и тензором упругости, подставим общее решение для волны (2) в уравнение (1), получим

$$\rho V^2 U_i = C_{ijkl} N_j N_l U_k, \quad (3)$$

В данном выражении введено обозначение  $V = \omega/K$  - фазовая скорость волны.

Свертку тензора упругости по компонентам вектора волновой нормали называют тензором Грина-Кристоффеля и обозначают как

$$\Gamma_{ik} = C_{ijkl} N_j N_l. \quad (4)$$

Система уравнений (3) с учетом (4) может быть записана в форме

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11} - \rho V^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} - \rho V^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} - \rho V^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = 0, \quad (5)$$

Вид уравнений (5), согласно теории матриц, соответствует задаче на собственные значения. При этом выражение  $\rho V^2$  есть собственное значение тензора Грина-Кристоффеля, а  $U_i$  - его собственный вектор. Нетривиальные решения для компонент вектора смещения среды будут иметь место, если определитель системы уравнений (5) равен нулю

$$\left\| \begin{pmatrix} \Gamma_{11} - \rho V^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} - \rho V^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} - \rho V^2 \end{pmatrix} \right\| = 0. \quad (6)$$

Корни уравнения (6) дают нам значения фазовых скоростей плоских волн, которые могут распространяться в заданном направлении в пространстве. В общем случае для указанного направления (вектор  $\vec{N}$ ) возможны три волны с различными скоростями (три собственных значения тензора  $\Gamma_{ik}$ ), которым соответствуют три взаимно ортогональных собственных вектора  $\vec{U}^1, \vec{U}^2, \vec{U}^3$  (Рис.2А), характеризующих смещение частиц в этих волнах. Такие волны называют изонормальными. Как правило в анизотропных твердых телах существует решение с вектором смещения  $\vec{U}^1$  близким к волновой нормали, такую волну называют квази-продольной. Также имеются два решения с векторами  $\vec{U}^2, \vec{U}^3$ , почти перпендикулярными к волновой нормали – квази-поперечные волны.

Вдоль направлений, совпадающих с осями симметрии, возможно распространение так называемых чистых волн, векторы смещения которых либо коллинеарны волновому вектору, либо нормальны к нему. Направление распространения чисто продольной волны (продольная нормаль) соответствует оси симметрии второго порядка (Рис.2Б). Скорости поперечных волн в этом направлении различны, при этом каждая из них поляризована в соответствии с характеристиками упругости материала.

Для направлений, отвечающих осям симметрии более высокого порядка, скорости двух поперечных волн совпадают и возможно распространение поперечной волны с произвольной поляризацией (Рис.2В). Такие направления называют акустическими осями. Последнее соответствует кратному собственному значению тензора Грина-Кристоффеля.

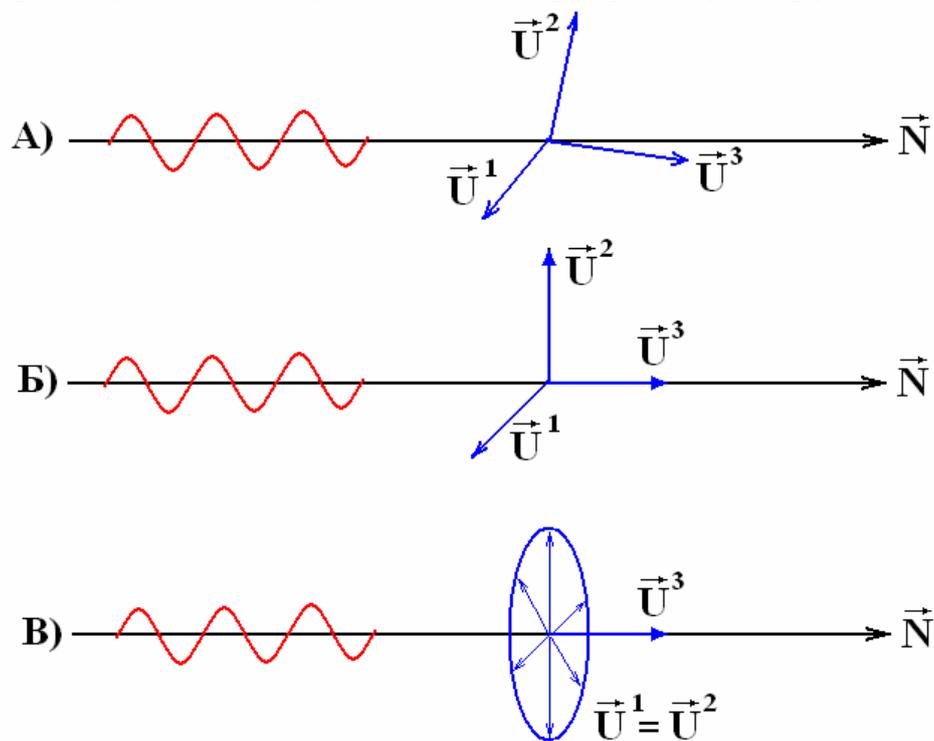


Рис.2. Расположение векторов смещения  $\vec{U}^1, \vec{U}^2, \vec{U}^3$  для волн, распространяющихся в различных направлениях в анизотропном теле.

А) Произвольное направление. Б) Акустическая нормаль, В) Акустическая ось.

Фазовая скорость волны определяет собственное значение тензора  $\Gamma_{ik}$  для данного вектора волновой нормали  $\vec{N}$ , что позволяет найти компоненты тензора упругости. Таким образом, исходной информацией об упругих свойствах являются скорости акустических волн.

Метод определения тензора упругости поликристалла содержит следующие этапы.

1. Анализ текстуры металла, определение симметрии упругих свойств и направлений осей симметрии анизотропного тела.
2. Экспериментальная проверка соответствия продольных нормалей и акустических осей.

3. Выбор совокупности направлений, для которых собственные значения тензоров  $\Gamma_{ik}$  выражаются через все независимые компоненты тензора упругости  $C_{ijkl}$ .
4. Экспериментальное определение фазовых скоростей волн для этих направлений и запись системы уравнений, в которой собственные значения будут известными величинами, а их выражения через компоненты тензора  $C_{ijkl}$  - неизвестными значениями.
5. Решение системы уравнений и определение компонент тензора упругости.

Соотношения симметрии строго выполняются для монокристаллов. В качестве простого примера рассмотрим процедуру экспериментального определения тензора упругости монокристалла иридия высокой чистоты. Образцы монокристаллов иридия в виде цилиндров диаметром 30мм и высотой 24мм были предоставлены кафедрой общей физики УГТУ УПИ. Ориентация осевых линий цилиндров соответствовала направлениям кристаллографических осей [110] и [111] (Рис.3). Для измерения скоростей звука использовался ультразвуковой дефектоскоп УД9812. Прозвучивание образцов продольными волнами проводилось с помощью преобразователя П111-5,0-Ø8, а для возбуждения и приема поляризованных поперечных волн использовался преобразователь фирмы Krautkramer K4KY (4 МГц). Измерение скоростей волн выполнялось эхо-импульсным методом.

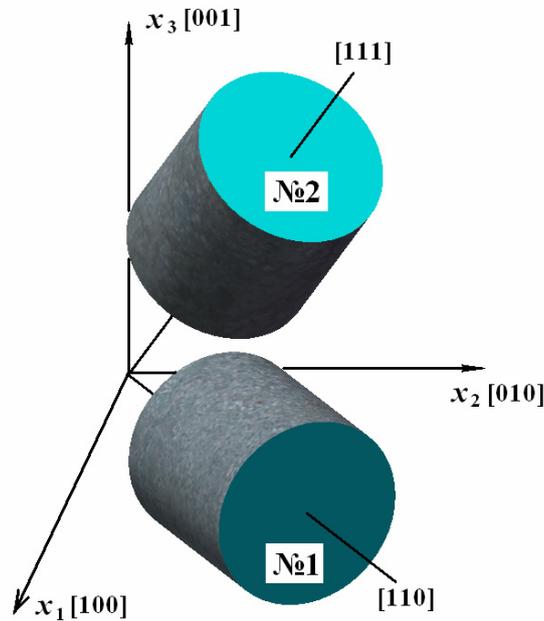


Рис.3. Ориентация образцов иридия в кристаллографической системе координат.

Как известно иридий обладает кубической симметрией физических свойств [9]. Тензор упругости, выраженный в системе координат, установленной по осям симметрии 4-го порядка, имеет вид (матричные обозначения).

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Иридий имеет три независимые упругие константы  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$ . Решение уравнений (4), (5), (6) для векторов волновой нормали [110] и [111] позволяет установить связь скоростей волн с упругими свойствами монокристалла.

Образец №1, направление [110] акустическая нормаль:

$$\rho V_{L[110]}^2 = \frac{1}{2}(C_{11} + C_{12} + 2C_{44}) - \text{продольная волна,}$$

$$\rho V_{TF[110]}^2 = C_{44} - \text{быстрая поперечная волна, поляризация [001],}$$

$$\rho V_{TS[110]}^2 = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) - \text{медленная поперечная волна, поляризация [-110].}$$

Образец №2, направление [111] акустическая ось:

$$\rho V_{L[111]}^2 = \frac{1}{3}(C_{11} + 2C_{12} + 4C_{44}) - \text{продольная волна,}$$

$$\rho V_{T[111]}^2 = \frac{1}{3}(C_{11} - C_{12} + C_{44}) - \text{поперечная волна с произвольной поляризацией.}$$

Экспериментальное измерение скоростей волн дало следующие результаты

$$V_{L[110]} = 5,518 \text{ км/с, } V_{TF[110]} = 3,442 \text{ км/с, } V_{TS[110]} = 2,763 \text{ км/с,}$$

$$V_{L[111]} = 5,664 \text{ км/с, } V_{T[111]} = 3,008 \text{ км/с.}$$

Обратите внимание, что имеется избыточный набор уравнений для расчета упругих констант  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$ . Используем эту дополнительную информацию для проверки корректности измерений. Итак, расчет модулей упругости несколькими способами (выбирая по три уравнения) дает средние значения

$$C_{11} = 589,9 \text{ ГПа, } C_{12} = 246,6 \text{ ГПа, } C_{44} = 266,4 \text{ ГПа,}$$

причем разброс чисел в зависимости от способа расчета не превышает 0,3%. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с данными работы [16]

$$C_{11} = 580 \text{ ГПа, } C_{12} = 242 \text{ ГПа, } C_{44} = 256 \text{ ГПа.}$$

Отличие экспериментальных данных может быть обусловлено с различным качеством образцов монокристаллов.

Представленная методика определения тензора упругости использовалась для исследования катаных прутков диаметром 40мм из нелегированного титана, сплав ВТ1-0, производства ВСМПО-АВИСМА (г. Верхняя Салда) В процессе прокатки пластические деформации металла создают кристаллографическую текстуру, микросталлы приобретают некоторую преимущественную ориентацию. Это обстоятельство обуславливает возникновение макроскопической анизотропии упругих свойств. Симметрия упругих свойств должна совпадать с симметрией тензора пластических деформаций при прокатке. Из этих соображений установим лабораторную систему координат в прутке как показано на Рис.4.

Из симметрии задачи видно, что оси координат (Рис.4) должны быть акустическими осями. Это утверждение проверено экспериментально. Из прутка был вырезан образец №1 с гранями перпендикулярными осям координатной системы (Рис.5). При прозвучивании образца №1 поперечными волнами с произвольной поляризацией наблюдались два близко расположенных эхосигнала из-за наличия двух типов поперечных волн, распространяющихся с разными скоростями. Использовался дефектоскоп УД9812 и преобразователь К4КУ. Итак, тензор упругости прутка принадлежит к орторомбической сингонии. Анизотропию упругих свойств характеризует 9 независимых компонент тензора упругости.

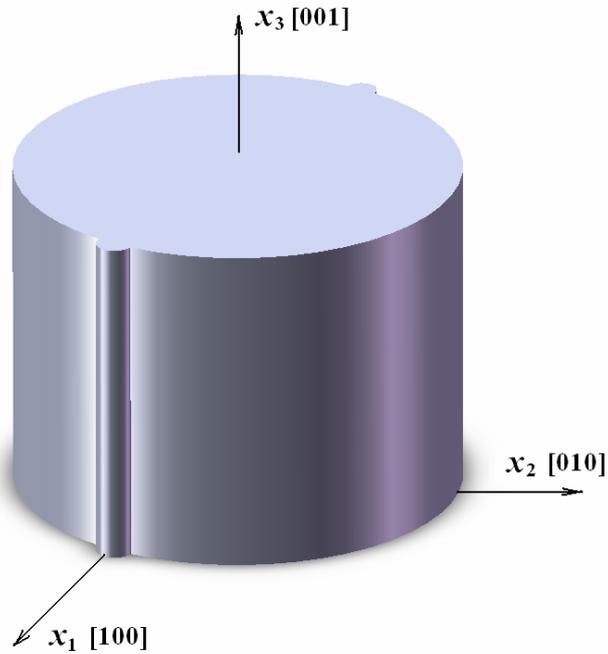


Рис.4. Ориентация лабораторной системы координат в прутке ВТ1-0.

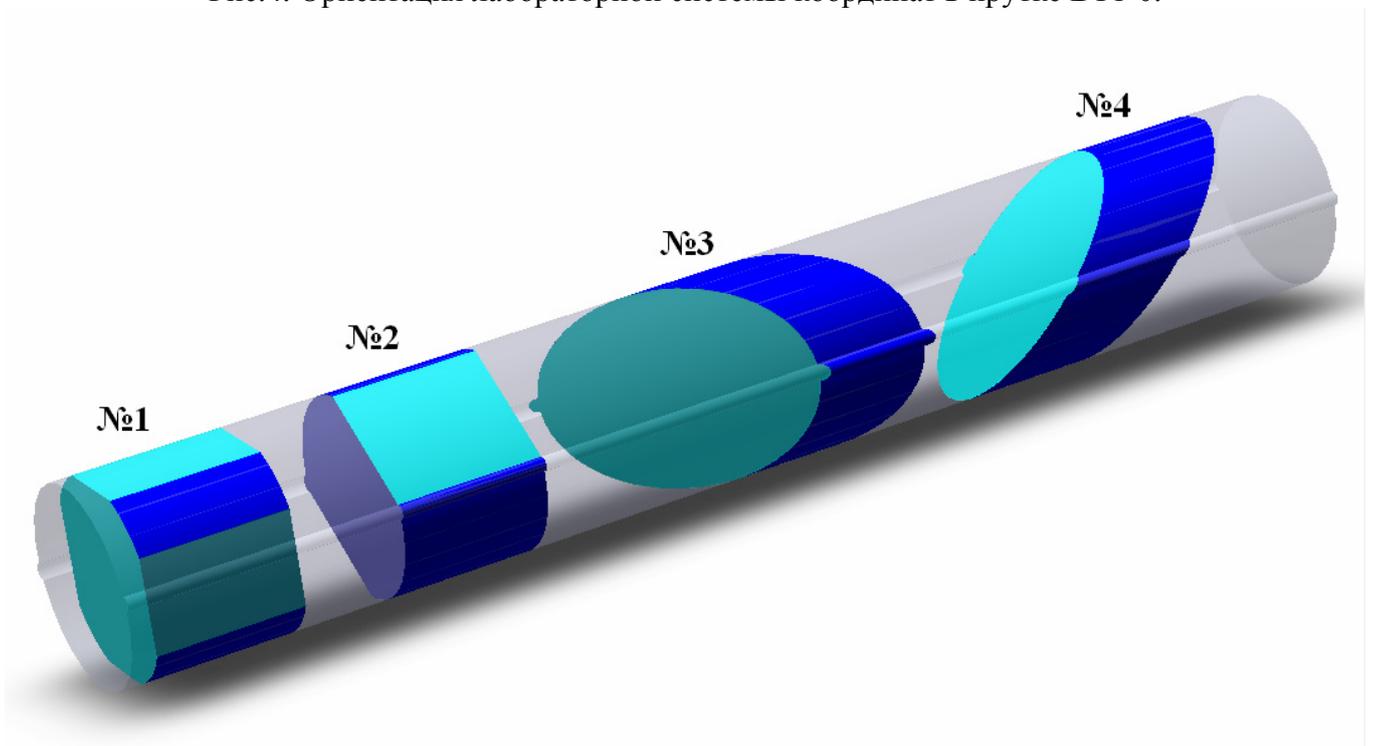


Рис.5. Схема вырезки образцов из прутка ВТ1-0.

Тензор упругости прутка в лабораторной системе координат имеет вид

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Теперь установим соотношения, связывающие скорость волны с модулями упругости прутка. В образце №1 реализуются направления прозвучивания вдоль осей системы координат

[100], [010] и [001]. Решение уравнений (4), (5), (6) для этих векторов волновой нормали дает связь скоростей волн с диагональными компонентами тензора упругости.

Образец №1.

Направление [100]: (9)

$$\begin{aligned}\rho V_{L[100]}^2 &= C_{11} - \text{продольная волна,} \\ \rho V_{T1[100]}^2 &= C_{44} - \text{поперечная волна, поляризация [010],} \\ \rho V_{T3[100]}^2 &= C_{55} - \text{поперечная волна, поляризация [001].}\end{aligned}$$

Направление [010]: (10)

$$\begin{aligned}\rho V_{L[010]}^2 &= C_{22} - \text{продольная волна,} \\ \rho V_{T1[010]}^2 &= C_{44} - \text{поперечная волна, поляризация [100],} \\ \rho V_{T2[010]}^2 &= C_{66} - \text{поперечная волна, поляризация [001].}\end{aligned}$$

Направление [001]: (11)

$$\begin{aligned}\rho V_{L[001]}^2 &= C_{33} - \text{продольная волна,} \\ \rho V_{T2[001]}^2 &= C_{66} - \text{поперечная волна, поляризация [010],} \\ \rho V_{T3[001]}^2 &= C_{55} - \text{поперечная волна, поляризация [100].}\end{aligned}$$

Следует обратить внимание, что модули сдвига  $C_{44}, C_{55}, C_{66}$  измеряются дважды на образце №1. Например, скорость поперечной волны  $V_{T3[100]}$  в направлении [100] с поляризацией [001] определяет модуль сдвига  $C_{55}$  и этот же модуль может быть найден по скорости поперечной волны  $V_{T3[001]}$  (направление [001], поляризация [100]). Данная информация используется для подтверждения симметрии упругих свойств материала. Экспериментальные значения скоростей поперечных волн должны попарно совпадать с точностью до погрешности измерений.

В итоге на образце №1 экспериментально измеряются 6 диагональных компонент тензора упругости и подтверждается орторомбическая сингония.

Остается найти не диагональные компоненты  $C_{12}, C_{13}, C_{23}$ . Здесь придется использовать дополнительные направления прозвучивания, например [110], [101], [011]. Для проведения измерений из прутка были вырезаны еще три образца №2, №3, №4 (Рис.5). Связь скоростей продольных волн с упругими константами задается следующим образом.

$$\text{Образец №2 } \rho V_{L[110]}^2 = \frac{1}{4}(C_{11} + C_{22} + 2C_{12} + 4C_{44}). \quad (12)$$

$$\text{Образец №3 } \rho V_{L[101]}^2 = \frac{1}{4}(C_{11} + C_{33} + 2C_{13} + 4C_{55}). \quad (13)$$

$$\text{Образец №4 } \rho V_{L[011]}^2 = \frac{1}{4}(C_{22} + C_{33} + 2C_{23} + 4C_{66}). \quad (14)$$

Направления прозвучивания [110], [101], [011] в образцах №2, №3, №4 не являются осями симметрии. В них вектор колебаний квази-продольной волны  $\vec{U}$  не совпадает с вектором волновой нормали  $\vec{N}$  (см. Рис.2А). Ультразвуковой преобразователь, установленный на поверхность образца, возбуждает колебания перпендикулярно поверхности, т.е. задает в излучаемых волнах вектор колебаний  $\vec{U}$  - Рис.6. В этом случае вектор волновой нормали  $\vec{N}$  имеет отклонение относительно оси образца, ультразвуковые волны будут излучаться под небольшим углом.

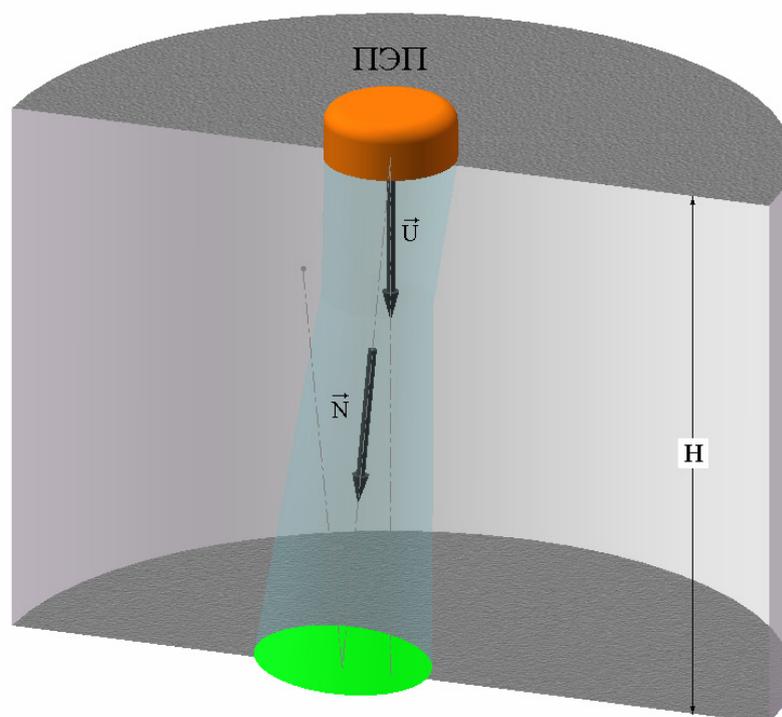


Рис.6. Возбуждение квази-продольных волн прямым ультразвуковым преобразователем..

При измерении скорости звука эхо-импульсным методом определяют время пробега волн от верхней грани образца, до нижней и обратно. В анизотропном материале эта длина пробега оказывается несколько больше, чем  $2H$  (Рис.6), что создает погрешность в измерениях. Скорость волны, измеренная экспериментально, представляет собой проекцию истинной фазовой скорости на ось образца. Однако в случае слабой анизотропии упругих свойств данная погрешность незначительна.

Результаты измерений скоростей звука в образцах из прутка ВТ1-0 представлены в Таблице1.

Таблица 1. Скорости ультразвуковых волн в прутке ВТ1-0

Направление распространения волны	Поляризация	Тип волны L – продольная T - поперечная	Экспериментальное значение скорости (км/с)
[100]	[100]	<b>L</b>	6,04
	[010]	T1	3,12
	[001]	T3	3,01
[010]	[010]	<b>L</b>	6,03
	[100]	T1	3,11
	[001]	T2	3,22
[001]	[001]	<b>L</b>	6,14
	[100]	T3	2,98
	[010]	T2	3,22
[110]	[110]	<b>L</b>	6,07
[101]	[101]	<b>L</b>	5,95
[011]	[011]	<b>L</b>	6,08

Теперь, используя соотношения (9)-(14), нетрудно определить все компоненты тензора упругости прутка (плотность сплава ВТ1-0  $\rho = 4,5 \cdot 10^3 \text{ КГ/м}^3$ ).

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 164 & 74 & 72 & 0 & 0 & 0 \\ 74 & 164 & 77 & 0 & 0 & 0 \\ 72 & 77 & 170 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 47 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40 \end{pmatrix} \text{ ГПа.}$$

В заключение отметим, что применение ультразвукового метода для исследования упругой анизотропии поликристаллов позволяет определить все независимые компоненты тензора упругости, а также подтвердить симметрию упругих свойств. Преимуществом метода является возможность измерения нескольких упругих констант на специально подготовленном образце. Одним из требований, предъявляемых к образцам, является однородность текстуры металла в объеме прозвучивания.

В металлических изделиях, получаемых посредством пластической деформации, всегда можно выделить два или три взаимно ортогональных направления главных пластических деформаций. Эти направления являются осями симметрии физических свойств материала. Поэтому данную методику можно применить для исследования широкого круга изделий – прутки, листы, трубы, профили.

### Список литературы

1. Кудрявцев В.П. Текстура в металлах и сплавах. – М: Металлургия, 1965. – 292с.
2. Адамеску Р.А., Гельд П.В., Митюшев Е.А. Анизотропия физических свойств металлов и сплавов. – М: Металлургия, 1985. – 135с.
3. Вассерман Г., Гровен И. Текстуры металлических материалов: пер. с нем. – М: Металлургия, 1969. – 564с.
4. Шермергог Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. – М: Наука, 1977. – 399с.
5. Эпштейн Г.Н., Кайбышев О.А. Высокоскоростная деформация и структура металлов. – М: Металлургия, 1971. – 197с.
6. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. Пер. с англ. И.Г.Михайлова. – М: Мир, 1972. – 307с.
7. Колесников А.Е. Ультразвуковые измерения. – М: Изд-во стандартов, 1982. – 248с.
8. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. – М: Наука, 1965. – 388с.
9. Акустические кристаллы. Справочник. Под ред. М.П.Шаскольской. – М: Наука, 1982. – 533с.
10. Ноздрев В.Ф., Федорищенко Н.В. Молекулярная акустика. – М: Высшая школа, 1974. – 288с.
11. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. Глав. Ред. И.П.Голямина. – М: Советская энциклопедия, 1979. – 400с.
12. Механизмы внутреннего трения в твердых телах. Под ред. Ф.М.Тавадзе, В.С. Постникова, Л.К.Гордиенко. – М: Наука, 1976. – 176с.
13. Химченко Н.В. Ультразвуковой структурный анализ металлических материалов и изделий. – М: машиностроение, 1976. – 210с.
14. Постников В.С. Внутреннее трение в металлах. – М: Металлургия, 1974. – 352с.
15. Кобелев Н.П., Соيفер Я.М. Дисперсия скорости и затухание ультразвуковых волн в поликристаллической меди. – ФТТ, 1950. Т.20. В.1. с1-2.
16. Mac FarLane R.E., Rayne J.A., Jones C.K. Phys. Letters, 1966. V.20, N3, P. 234-235.