

## **Модели формирования ультразвуковых сигналов в задачах реконструкции изображений**

Бархатов В.А.

В статье рассматриваются теоретические представления о формировании ультразвуковых сигналов в изделиях, которые используются в алгоритмах реконструкции изображений. Проводится обсуждение приближений и ограничений моделей.

Рассмотрим вопрос о том, какие физические закономерности формирования ультразвуковых сигналов используются в задачах построения изображений дефектов?

Можно создать модель прозвучивания изделий на основе точных решений волнового уравнения. Такая модель будет давать решение для всех эффектов в волновых процессах: излучение и отражение волн, явление интерференции и дифракции волн, трансформация типа волны при отражении, возбуждение затухающих и бегущих волн на границах раздела сплошной среды и т.д. Известно, что волновое уравнение в твердом теле с граничными условиями (поверхности дефектов, границы изделия) дает множество решений для волн, распространяющихся в изделии, бегущих по всевозможным границам, переизлученных волн. Кроме того, появляются решения для волн с нарастающей и убывающей амплитудой. Решение задачи в аналитическом виде предполагает выбор физически реализуемых волновых процессов, некоторый «искусственный отбор». Часто, при задании множественных граничных условий, волновая задача оказывается настолько сложной, что аналитическое решение не может быть получено. Распространен подход, в котором используются частные решения волнового уравнения, затем из них «комбинируется» решение более сложной задачи. Здесь требуется искусство аналитика увидеть составные части решения, поскольку их неправильный выбор может привести к грубейшим ошибкам. Данный способ получения решений широко представлен в работах Данилова В.Н. с соавторами, например [1-3].

Накопленный опыт в точном решении волновых акустических задач практически невозможно использовать для наших целей, т.к. в самом общем случае не доказано существование и единственность решения обратной задачи. Изложенные выше способы получения решений не обладают универсальностью. Математическое описание в каждом случае является оригинальным.

Существует раздел математики, теория рассеяния, в котором решается задача получения информации о неоднородности среды по откликам на воздействия различной природы – оптическое и радиационное излучение, электромагнитные волны, ультразвуковые волны [4,5,6]. Особенностью данного подхода является условие, что размер области наблюдения во много раз превышает размер неоднородности среды. Вводится оператор рассеяния, связывающий волновые

потоки, поступающие в область наблюдения, и выходящие из нее. В операторе рассеяния заключена вся информация о внутренней структуре среды. Обычно неоднородность представляют в виде распределения плотности среды  $\rho(x, y, z)$  или скорости звука  $C(x, y, z)$  в пространстве. Теория рассеяния изучает асимптотические решения волнового уравнения. Методами теории рассеяния находят некоторые осредненные параметры неоднородности. В основном глубокие теоретические работы в данном направлении касаются исследования топологии функциональных пространств, образованных решениями волнового уравнения. Доказано, что в среде с одним типом акустических волн (газ, жидкость) оператор рассеяния является полным и однозначным, существует единственный обратный оператор [5]. К сожалению в настоящее время не найдено конструктивных путей в решении обратной волновой задачи в виде, пригодном для восстановления поверхностей дефектов в металле.

Сложность процессов формирования эхосигналов продемонстрируем на примере. На рисунке 1А показано прозвучивание бокового цилиндрического отверстия в стальном образце с помощью наклонного ультразвукового преобразователя. Вид эхосигналов представлен на рисунке 1Б.

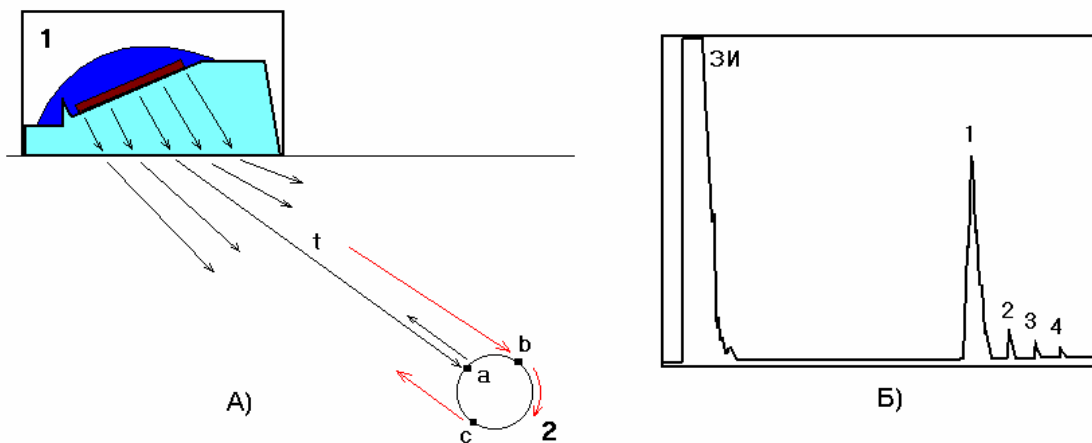


Рис.1. Прозвучивание бокового цилиндрического отверстия наклонным ультразвуковым преобразователем.

Отражение ультразвукового зондирующего импульса от отверстия происходит в области точки «а», где поверхность отверстия перпендикулярна направлению прозвучивания. Формируется отраженный эхосигнал 1 (Рис.1Б). Дополнительно, поперечные волны падают касательно к поверхности отверстия, точка «b», и возбуждают волну Рэлеевского типа, бегущую по поверхности отверстия. Данная волна непрерывно излучает вторичные поперечные волны в объем металла. Излучение происходит касательно к поверхности отверстия. Достигая точки «с» волна Рэлеевского типа излучает вторичные волны в направлении к преобразователю. В итоге за основным эхосигналом 1 (Рис.1Б) образуется серия затухающих сигналов 2,3,4. Возбуждение поверхностной волны в отверстии

происходит одновременно с двух сторон в точках «b» и «с». Эффект образования дополнительных сигналов прекрасно наблюдается на практике, например, при прозвучивании отверстия диаметром 6 мм в образце СО-2 (ГОСТ 14782-86).

Заранее неизвестно каким образом произошло образование ультразвукового сигнала. Поэтому эхосигналы 2,3,4 (Рис. 1Б) можно ошибочно принять за эхосигналы от дефектов, расположенных на большей глубине.

В работе [7] рассматривается пример формирования эхосигналов от дефекта, расположенного в надкорневой зоне сварного соединения. На рисунке 2 хорошо видно, что дефект прозвучивается одновременно и прямыми и однажды отраженными лучами, т.к. в область прозвучивания попадает дефект и часть донной поверхности.

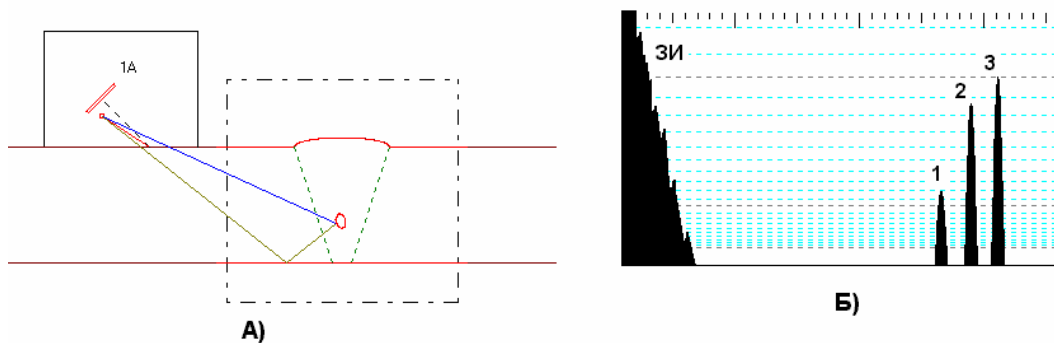


Рис.2. Формирование эхосигналов от надкорневого дефекта в стыковом сварном шве толщиной 12мм.

А) Схема прозвучивания,  
Б) Вид эхосигналов (ЗИ – зондирующий импульс).

В общем случае возникает три эхосигнала (Рис. 2 Б):

1. Прямой отраженный эхосигнал,
2. Эхосигнал, отраженный от донной поверхности и затем от дефекта,
3. Эхосигнал, полученный однажды отраженными лучами.

Все три эхосигнала имеют различную задержку поскольку ультразвуковые волны проходят разный путь в процессе их формирования. В зависимости от типа дефекта может быть реализован любой из трех вариантов формирования эхосигналов или их комбинации.

Существует неоднозначность интерпретации эхосигналов от различных отражателей. Это связано с богатой динамикой волнового уравнения для твердых тел с несколькими границами или с криволинейными границами. Видимо по этой причине, используя волновое уравнение, невозможно теоретически сформулировать и решить задачу восстановления отражающих границ по данным прозвучивания (обратную задачу). Приходится идти на серьезные упрощения теоретической модели для того, чтобы появилась возможность решения обратной задачи.

В ультразвуковой аппаратуре предназначенной для визуализации дефектов используются многоэлементные преобразователи или блоки, состоящие из нескольких изолированных преобразователей. Параметры ультразвукового поля каждого преобразователя выбирают с таким расчетом, чтобы охватывалась область реконструкции изображения или хотя бы большая ее часть. Это достигается применением преобразователей с широкой диаграммой направленности. Размер пьезоэлемента выбирают по возможности минимальным, тогда его ультразвуковое поле имеет короткую ближнюю зону и широкую диаграмму направленности. Прозвучивание дефектов в области построения изображений происходит в дальней зоне ультразвукового поля. Это существенно упрощает модельные представления.

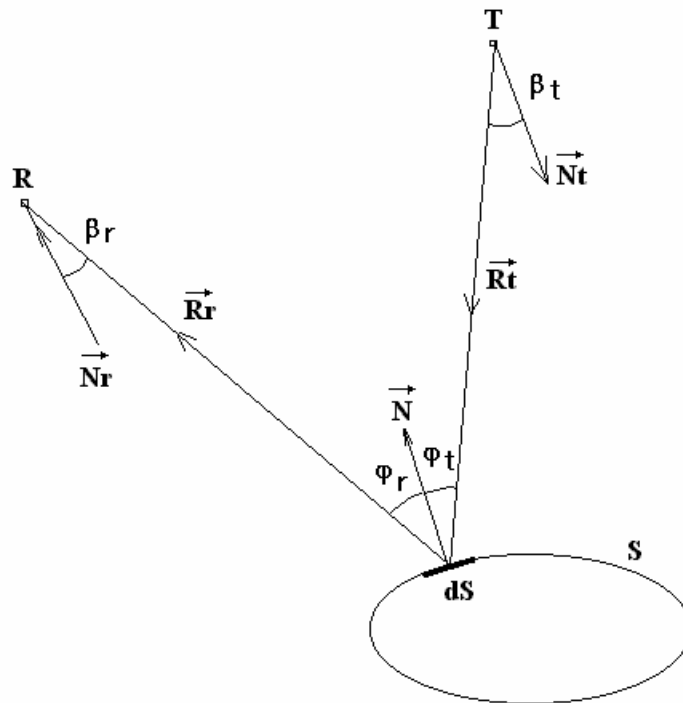


Рис. 3. Схема прозвучивания изделия.

Рассмотрим некоторую схему прозвучивания изделия (Рис. 3). Пусть, в общем случае, излучателем является один ультразвуковой преобразователь, а приемником эхосигналов – другой преобразователь, т.е. рассмотрим раздельно-совмещенную схему прозвучивания. Математические выражения, полученные для данной схемы, являются наиболее общими и будут справедливы также для совмещенной схемы, в которой излучателем и приемником является один и тот же преобразователь.

Используем предположение о том, что дефекты и границы изделия расположены в дальней зоне ультразвукового поля преобразователей. Это означает, что фронт ультразвуковых волн, падающий на отражатель, является сферическим,

и фронт волн, отраженных от дефекта и попадающих на приемный преобразователь - тоже сферический. Тогда излучатель и приемник можно рассматривать как материальные точки, расположенные в фокусе поля излучения и поля приема преобразователей. Данное условие, как будет позже показано, обеспечивает разделение интегралов по фронту и по дальности.

На рисунке 3 точка **T** (transmitter) отмечает центр сферических волн, излучаемых передающим преобразователем, точка **R** (receiver) - центр поля приема приемного преобразователя. Направление акустических осей преобразователей задается единичными векторами  $\vec{N}_t$  и  $\vec{N}_r$ .

Ультразвуковой преобразователь **T** формирует в изделии акустическое поле, которое в дальней зоне характеризуется диаграммой направленности  $I_t(\beta_t)$ . Данная функция представляет собой распределение амплитуды волн от направления. Пусть, для простоты, диаграмма обладает аксиальной симметрией относительно акустической оси, тогда амплитуда излучения зависит от одного угла  $\beta_t$ . Аналогично приемный преобразователь имеет диаграмму направленности приема  $I_r(\beta_r)$  характеризующую его чувствительность к сигналам, приходящим с различных направлений.

Углы  $\beta_t$ ,  $\beta_r$  вычисляются следующим образом

$$\beta_t = \arccos\left(\frac{\vec{N}_t \cdot \vec{R}_t}{|\vec{R}_t|}\right), \quad \beta_r = \arccos\left(\frac{\vec{N}_r \cdot \vec{R}_r}{|\vec{R}_r|}\right), \quad (1)$$

где:  $\vec{R}_t$ ,  $\vec{R}_r$  – радиус векторы, определяющие направление от излучателя к дефекту и от дефекта к приемному преобразователю.

Пусть каким-либо отражателем (дефектом) является поверхность **S**. Амплитуда ультразвуковых волн, падающих на бесконечно малый элемент поверхности  $dS$  от излучателя **T**, будет зависеть от диаграммы направленности излучателя и от расстояния между излучателем и элементом  $dS$ . Амплитуда падающих волн равна  $I_t(\beta_t)/|\vec{R}_t|$ . Обратная пропорциональная зависимость амплитуды от расстояния связана со сферическим фронтом волн.

Часть волнового пучка, отраженная элементом поверхности  $dS$ , попадает на приемный преобразователь **R**. Фронт отраженных волн также сферический, поэтому чувствительность преобразователя **R** к сигналу от элемента  $dS$  равна  $I_r(\beta_r)/|\vec{R}_r|$ .

Определим общую чувствительность схемы прозвучивания следующим образом

$$U(\vec{r}) = \frac{I_t(\beta_t)}{|\vec{R}_t|} * \frac{I_r(\beta_r)}{|\vec{R}_r|}. \quad (2)$$

Чувствительность  $U(\vec{r})$  - есть скалярная пространственная функция, определенная в объекте контроля и на его границах.

Обозначим  $f(l)$  - эхосигнал, получаемый от бесконечно малого элемента отражающей поверхности  $dS$  ( $l$  - расстояние).

Здесь нужно сделать три замечания. Во-первых, амплитуда такого эхосигнала зависит от расположения и ориентации элемента  $dS$  в пространстве. Следовательно, функцию  $f(l)$  можно указать только с точностью до постоянного множителя. Будем считать амплитуду сигнала  $f(l)$  равной единице, полагая, что в практических применениях всегда можно настроить чувствительность приемника ультразвукового прибора.

Во-вторых, эхосигналы как правило получают в виде временной зависимости. В нашем анализе это не удобно, так как в конечном итоге нужно интерпретировать сигналы в пространстве. Переход от времени к длине пробега волн осуществляется масштабированием на скорость звука  $l = C * t$ .

Третье замечание относится к пространственной стабильности функции  $f(l)$ . Известно, что диаграмма направленности ультразвукового преобразователя довольно сильно зависит от длины волны. Чем больше длина волны, тем шире диаграмма направленности. Отсюда следует, что спектральная характеристика чувствительности (2) меняется в зависимости от угла излучения и приема волн. Спектр функции  $f(l)$  тоже искажается. Частотная зависимость выражается одновременно в изменении чувствительности  $U(\vec{r})$  и в искажениях  $f(l)$ . Указанные связи ослабевают, если  $f(l)$  имеет узкий спектр. Тогда импульсный отклик можно описать стационарной функцией  $f(l)$  и пренебречь ее искажениями в пространстве. Модельные представления, в таком случае относятся только к схемам прозвучивания, в которых используются относительно узкополосные сигналы – узкополосное приближение.

Функция  $f(l)$  представляет собой импульсный отклик системы на бесконечно малый отражатель. Сигнал  $f(l)$  ограничен во времени и в пространстве. Он отличен от нуля в интервале времени от 0 до  $t_0$ , соответственно в пространстве в интервале  $0 - C * t_0$ . Вид данного сигнала непосредственно связан с характеристиками электроакустического тракта ультразвукового прибора. По традиции [8] назовем  $f(l)$  функцией отклика точечного источника (ФОТИ). В качестве примера ФОТИ на рисунке 4 показан эхосигнал от плоскодонного отверстия малых размеров.

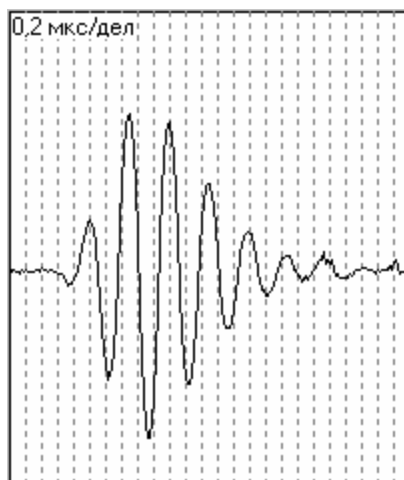


Рис.4. Эхосигнал от плоскодонного отражателя диаметром 1,2 мм в стальном образце. Преобразователь WB2N45. Ультразвуковой дефектоскоп PCUS-10.

Теперь установим математическое описание отражателей. Существует два основных подхода.

В первом случае считают, что акустические характеристики объекта плавно изменяются в пространстве [8]. Выделяют распределение скорости звука, затухания или, чаще всего, коэффициента отражения по объекту. Затем выбранное распределение реконструируют по данным прозвучивания. Такой подход реализован в медицинских ультразвуковых приборах.

Во втором случае считают, что объект контроля, включая дефекты, представляет собой набор резких границ [9-14]. Акустические характеристики объекта (скорость звука, затухание) однородны, их отклонения в пределах зоны прозвучивания пренебрежимо малы. Такое представление отражателей позволяет построить математическую модель, в которой учитываются сигналы от многократно отраженных волн. Данное обстоятельство существенно, поскольку в методиках контроля сварных соединений необходимо использовать эхосигналы от волн, отраженных несколько раз. Изложенный подход является практически единственным в задачах дефектоскопии сварных соединений и в большинстве случаев соответствует действительности.

Примем модель резких границ в качестве основной для построения алгоритмов реконструкции изображений. Геометрическую структуру объекта контроля будем представлять в виде пространственной функции границ  $J(\vec{r})$ , которая равна 1 на границах изделия и на поверхностях дефектов и равна 0 в остальном объеме.

Различные части поверхностей объекта  $J(\vec{r})$  могут по-разному отражать ультразвуковые волны. Поэтому необходимо ввести еще одну пространственную функцию  $K_{отр}(\vec{r})$  характеризующую коэффициент отражения. Коэффициент

отражения определяется соотношением направлений векторов  $\vec{R}_t$ ,  $\vec{R}_r$  и вектора нормали  $\vec{N}$  элемента поверхности  $dS$  (см. Рис. 3.), точнее углами  $\varphi_r$ ,  $\varphi_t$ . Кроме того, коэффициент отражения зависит от рассеивающих свойств поверхности, от степени ее шероховатости. Величина  $K_{omp}(\vec{r})$  зависит как от свойств поверхности, так и от направления падения ультразвуковых волн.

Строго говоря, коэффициент отражения  $K_{omp}(\vec{r})$  обладает еще неравномерной частотной характеристикой. Для различных видов шероховатой поверхности, а также в случае границы раздела двух сред (например, шлаковое включение в сварном шве),  $K_{omp}(\vec{r})$  должен меняться с частотой или длиной волны излучения. Однако, если учесть частотные свойства  $K_{omp}(\vec{r})$ , то конечная модель формирования сигналов не обеспечит существование решения обратной задачи. С другой стороны этот вопрос мало исследован, нет экспериментальных данных. Поэтому не будем учитывать частотные свойства  $K_{omp}(\vec{r})$  и ограничимся констатацией факта, что здесь использовано некоторое упрощение.

Функцию объекта контроля запишем в виде произведения функции границ и коэффициента отражения

$$O(\vec{r}) = J(\vec{r}) * K_{omp}(\vec{r}). \quad (3)$$

Информация об объекте контроля  $O(\vec{r})$  содержится в эхосигналах. Математическая задача получения изображения сводится к реконструкции функции границ объекта контроля  $J(\vec{r})$  по набору эхосигналов, полученных различными способами.

Важно отметить, что с помощью ультразвуковых сканеров восстановление  $J(\vec{r})$  производится условно. Всегда имеется вероятность искажений, связанная с коэффициентом отражения. Например, если существует некоторая граница в  $J(\vec{r})$ , но на ней коэффициент отражения  $K_{omp}(\vec{r})$  по каким-либо причинам равен нулю, то ультразвуковой сканер в принципе не выявляет эту границу.

Получим аналитическое выражение для эхосигналов от изделия с дефектами. Обозначим  $l = |\vec{R}_t| + |\vec{R}_r|$  суммарную длину пробега волн от излучателя до отражателя и обратно к приемнику, и  $L = C * t$  - длину пробега волн, соответствующую задержке сигнала,  $C$  - скорость звука. Эхосигнал  $F(L)$  выражается как интеграл по объему

$$F(L) = \int_V f(L-l) \cdot U(\vec{r}) \cdot O(\vec{r}) \cdot dV \quad (4)$$



Функция объекта контроля  $O(\vec{r})$  в формуле (4) преобразует интеграл по объему в интеграл по поверхностям, т.к.  $O(\vec{r})$  равна коэффициенту отражения на поверхности и – равна нулю в объеме.

Выражение (4) учитывает свойства отражающих границ и интерференцию волн на них. Тем не менее, формула (4) является приближенной. Точные решения волнового уравнения в твердом теле с некоторыми начальными и граничными условиями дает дополнительно эффект трансформации типа волн на границах, волны, бегущие по границам, и вторичные волны, излучаемые на неоднородностях границ. Вид эхосигналов оказывается несколько сложнее, чем могут дать расчеты по формуле (4).

Теоретические расчеты и практика использования эхометода показывает, что на формирование эхосигналов в первую очередь оказывает влияние геометрический фактор - расположение и форма отражателей. Во - вторую очередь влияет интерференция волн, трансформация типа волны, переизлучение. В некоторых случаях эти эффекты сильно искажают эхосигналы, а в некоторых случаях – не существенны. Можно определенно сказать, что если дефект имеет прозвучиваемые поверхности с не очень низким коэффициентом отражения, то будет наблюдаться эхосигнал и, следовательно, будет формироваться его изображение. Трансформированные и переизлученные волны могут создавать дополнительные сигналы, которые, в конечном счете, будут показаны системой визуализации как ложные изображения дефектов. В алгоритмах реконструкции изображений обычно принимаются меры для подавления “несанкционированных” сигналов.

Проведем анализ выражения (4). Зафиксируем длину пробега волн  $l$ . Рассмотрим поверхность  $S_l$ , образованную совокупностью точек с равной длиной пробега. Для схемы прозвучивания Рис.3., очевидно, такая поверхность представляет собой эллипсоид. На поверхности  $S_l$  установим двумерную систему координат  $[a, b]$ . Тогда координаты любой точки в пространстве можно указать с помощью трех параметров -  $[l, a, b]$ . Данная тройка параметров образует криволинейную систему координат. Проведем преобразование системы координат в формуле (4), от декартовой  $\vec{r} = [x, y, z]$  к криволинейной  $[l, a, b]$ , и разделим интеграл на две части. Получим

$$\rho(l) = \int_{S_l} U(l, a, b) \cdot O(l, a, b) \cdot ds, \quad ds = M(l, a, b) \cdot da \cdot db, \quad (5)$$

$$F(L) = \int_l f(L-l) \cdot \rho(l) \cdot dl. \quad (6)$$

Здесь функция  $\rho(l)$  представляет собой интеграл по поверхности равной длины пробега волн  $l$ . В частном случае, когда используется совмещенный ультразвуковой преобразователь,  $\rho(l)$  есть интеграл по фронту волнового пучка. Назовем  $\rho(l)$  функцией распределения отражателей по дальности (ФРОД). В

выражении (5) для элемента площади  $ds$  присутствует масштабный коэффициент  $M(l, a, b)$ , который восстанавливает метрические свойства пространства в криволинейной системе координат  $[l, a, b]$ .

Выражение (6) показывает, что эхосигнал  $F(L)$  представляет собой интеграл свертки ФОТИ с функцией распределения отражателей по дальности.

Формулы (5) и (6) устанавливают связь объекта контроля с эхосигналами, получаемыми в произвольной схеме прозвучивания. Информация об объекте контроля - функция границ  $J(\vec{r})$  - «зашифрована» в эхосигналах следующим образом:

1. Функция границ  $J(\vec{r})$  модулируется коэффициентом отражения  $K_{omp}(\vec{r})$ .  
Схема прозвучивания воспринимает только функцию объекта контроля  $O(\vec{r}) = J(\vec{r}) * K_{omp}(\vec{r})$ .
2. Объект контроля  $O(\vec{r})$  модулируется чувствительностью схемы прозвучивания  $U(\vec{r})$  и интегрируется по поверхности равной длины пробега волн. В результате формируется функция распределения отражателей по дальности  $\rho(l)$ .
3. ФРОД  $\rho(l)$  подвергается свертке с ФОТИ  $f(l)$  и формируется распределение эхосигналов  $F(L)$ .

Необходимо отметить, что рассуждения, приведенные выше, относятся к узкополосному приближению. Функция отклика точечного источника  $f(l)$  считается стационарной (одинаковой) для всех точек пространства.

Рассмотрим теперь широкополосное приближение. Функция отклика точечного источника не стационарна, она плавно меняется в пределах области прозвучивания. Учитывая этот факт, обозначим ФОТИ следующим образом -  $f(l, \vec{r})$ . Выражение для расчета эхосигналов (4) принимает несколько иной вид

$$F(L) = \int_V f(L-l, \vec{r}) U(\vec{r}) \cdot O(\vec{r}) \cdot dV . \quad (7)$$

Видно, что интеграл по объему (7) не может быть разделен на две части, как это было сделано при анализе узкополосного приближения.

В широкополосном приближении эхосигналы от объекта контроля образуются следующим образом:

1. Как и в предыдущем случае, функция границ  $J(\vec{r})$  модулируется коэффициентом отражения  $K_{omp}(\vec{r})$ . Схема прозвучивания воспринимает только функцию объекта контроля  $O(\vec{r}) = J(\vec{r}) * K_{omp}(\vec{r})$ .
2. Функция объекта контроля  $O(\vec{r})$  модулируется одновременно чувствительностью схемы прозвучивания  $U(\vec{r})$  и ФОТИ  $f(l, \vec{r})$ , происходит интегрирование их произведения по всему объему объекта контроля. В результате формируется распределение эхосигналов  $F(L)$ .

Таким образом, установлены теоретические соотношения, позволяющие провести расчет эхосигналов – модель прозвучивания изделия.

При использовании одной схемы прозвучивания информация об отражателях будет «размазываться» в пространстве. С одной стороны по дальности за счет конечной длительности ФОТИ, с другой стороны по поверхности равной длины пробега волн (по фронту) из-за наличия функции пространственной чувствительности  $U(\vec{r})$ .

Более детальную информацию об отражателях получают посредством прозвучивания объекта контроля в различных направлениях или путем сканирования. В результате получают набор распределений эхосигналов  $F_i(L)$ ,  $i$  – индекс, характеризующий положение сканера на поверхности изделия или индекс схемы прозвучивания, если используется блок преобразователей. Затем производят обработку функций  $F_i(L)$  с целью реконструкции изображения отражателей.

Рассмотрим вопрос о возможности решения обратной задачи в рамках приведенных моделей. Ключевую роль здесь играет функция отклика точечного источника. В узкополосном и широкополосном приближениях ФОТИ является ядром оператора преобразования объекта контроля в эхосигналы.

Если имеется бесконечное количество разных схем прозвучивания какой-либо области материала с одной и той же ФОТИ, то можно говорить о существовании глобального оператора прозвучивания, обозначим его  $\mathfrak{Z}$ . Данный оператор производит преобразование функции объекта контроля  $O(\vec{r})$  в бесконечный набор эхосигналов  $F(L)$

$$F = \mathfrak{Z}[O].$$

Оператор  $\mathfrak{Z}$  является линейным интегральным оператором. Предположим, что  $\mathfrak{Z}$  обладает следующими свойствами:

- линейность  $\mathfrak{Z}[K*O] = K*\mathfrak{Z}[O]$ ,  $K$  – постоянный множитель,
- аддитивность  $\mathfrak{Z}[O_1 + O_2] = \mathfrak{Z}[O_1] + \mathfrak{Z}[O_2]$ ,  $O_1$  и  $O_2$  – две непересекающиеся неоднородности в материале,
- однозначность, т.е. любому объекту контроля  $O$  соответствуют свои оригинальные эхосигналы  $F$ . Другими словами оператор  $\mathfrak{Z}$  - полный.

Если оператор прозвучивания  $\mathfrak{Z}$  обладает указанными свойствами, то существует оператор обратного преобразования  $\mathfrak{Z}^{-1}$ , такой что

$$O = \mathfrak{Z}^{-1}[F].$$

Оператор обратного преобразования  $\mathfrak{Z}^{-1}$  тоже является линейным и интегральным. Он также обладает свойствами линейности, аддитивности и полноты. Доказательство существования и единственности оператора  $\mathfrak{Z}^{-1}$  следует из теории групп. Нахождение ядра оператора  $\mathfrak{Z}^{-1}$ , т.е. общее решение обратной задачи, выходит за рамки данной статьи.

Отметим, что большинство способов решения обратной задачи, основанных на теоретическом подходе, используют свойства линейности, аддитивности и

полноты оператора  $\mathfrak{Z}$ , например [8-14]. Имеено эти свойства оператора прозвучивания  $\mathfrak{Z}$  обеспечивают возможность построения изображения дефектов.

Первое приближение обратной задачи состоит в том, что реконструкции подвергается функция объекта контроля  $O(\vec{r})$ , а не функция границ  $J(\vec{r})$ . Они связаны между собой через коэффициент отражения, формула (3). Предполагается, что коэффициент отражения каждого элемента поверхности дефекта одинаковый для всех схем прозвучивания. Грубо говоря поверхность дефекта представляется совокупностью сферических отражателей малого размера.

Целый ряд приближений связан со свойством аддитивности операторов  $\mathfrak{Z}$  и  $\mathfrak{Z}^{-1}$ . Аддитивность сигналов по отношению к отражающим поверхностям выполняется, если ультразвуковые волны отражаются в объекте контроля только один раз, т.е. отсутствуют эхосигналы двукратно и многократно отраженных волн. В противном случае возникает неоднозначность интерпретации сигналов (см. Рис.2) и теоретическое решение обратной задачи не может быть получено.

Дополнительно свойство аддитивности операторов требует отсутствия теней от несплошностей. Ясно, что если один дефект закрывает прозвучивание второго дефекта или границы изделия, то информация об отражателях в тени не появляется на изображении. Когда производят реконструкцию изображения с помощью оператора  $\mathfrak{Z}^{-1}$ , то в неявном виде считается, что все отражающие поверхности полупрозрачны, не создают теней, и более того, не ослабляют волн, проникающих через поверхность.

Подведем итог настоящей статьи. Из представленного обсуждения видно, что по-видимому невозможна постановка и решение обратной задачи, основанной на точных решениях волнового уравнения. Это связано в первую очередь с неоднозначностью интерпретации эхосигналов от различных отражателей. Одному и тому же набору эхосигналов могут соответствовать совершенно разные комбинации отражающих поверхностей.

Более простые модели формирования эхосигналов, рассмотренные в данной статье, позволяют в принципе сформулировать обратную задачу и решить ее. Однако, предлагаемые модели в основном учитывают интерференцию волн. В них имеется большое количество допущений и разного рода приближений.

Все сказанное невольно приводит к мысли, что какой бы ни был алгоритм реконструкции изображений, он, в сущности, является интерпретатором, т.е. на основании некоторых принципов и представлений о формировании сигналов алгоритм производит расчет изображения. Исходные модельные представления, заложенные в алгоритм, истинны лишь отчасти. Поэтому всегда есть вероятность, что какие-то дефекты не будут появляться на изображении или наоборот будут формироваться ложные картины дефектов (артефакты). В конечном итоге качество восстановленного изображения, способность алгоритма надежно выявлять дефекты, проверяется на практике.

## Литература

1. Ушаков В.М., Данилов В.Н. Формирование диаграмм направленности преобразователей с неравномерным распределением давления по излучающей поверхности пьезопластин. - Дефектоскопия, №5, 1997, с. 14-26.
2. В.Н. Данилов, Е.Н. Ермолов К оценке протяженности ближней зоны прямоугольного преобразователя. - Дефектоскопия, №5, 2003, с. 3-8.
3. В.Н. Данилов, А.А. Самокрутов Моделирование работы пьезопреобразователей с сухим точечным контактом в режиме излучения. - Дефектоскопия, №8, 2003, с. 11-23.
4. Питер Д. Лакс, Ральф С. Филипс Теория рассеяния. пер. с англ. Под ред. М.Ш. Бирмана. – М: Мир, 1971, 312 с.
5. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики: Т. 3. Теория рассеяния. Пер. с англ. – М: Мир, 1982. 443 с.
6. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики: Т. 4. Анализ операторов. Пер. с англ. – М: Мир, 1982. 428 с.
7. Бархатов В.А. Развитие методов ультразвуковой дефектоскопии сварных соединений. - Дефектоскопия, №1, 2003, с. 28-55.
8. Физика визуализации изображений в медицине: В 2-х томах., пер. с англ./Под ред. С. Уэбба. –М.: Мир, 1991г.
9. P. D. Corl, G. S. Kino, C. S. DeSilets, and P. M. Grant, "A digital synthetic focus acoustic imaging system," in Acoustical Imaging, vol. 8, A. F. Metherell, Ed. New York: Plenum, 1980.
10. A.W. Elbern, L. Guimarres Synthetic Aperture Focusing Technique for Image Restauration. - NDTnet - August 2000, Vol. 5 No. 08.
11. DSP Doctor,S.R. Hall,T.E., Reid,L.D. "SAFT - The Evolution of Signal Processing for Ultrasonic Testing" - NDT International, Vol.19 No. 3 – 1986
12. T. E. Hall, L. D. Reid, and S. R. Doctor, "SAFT-UT (Synthetic aperture focusing technique for ultrasonic testing) real-time inspection system: Operational principles and implementation," 1988.
13. E. G. Williams and J. D. Maynard, "Numerical evaluation of the Rayleigh integral for planar radiators using the FFT," J. Acoust. Soc. Amer., vol. 72, pp. 2020-2030, 1982.
14. V. Schmitz, M. Kröning, K.J. Langenberg: Modelling and Visualization of Ultrasonic Testing Situations. Proc. 12th International Conference and Exhibits on NDE in the Nuclear and Pressure Vessel Industries, October 11-13, Philadelphia/Pennsylvania, USA (1993)