Восстановление распределения отражателей по дальности.

Обращение свертки эхосигналов.

Бархатов В.А.

В работе рассматривается задача восстановления распределения отражателей по дальности по эхосигналам ультразвукового дефектоскопа. Доказывается существование и единственность решения. Приводятся примеры решения данной обратной задачи.

При прозвучивании изделий эхометодом как известно формируются эхосигналы от несплошностей (неоднородностей материала), попадающих в область ультразвукового поля преобразователя. Эхосигналы характеризуют коэффициент отражения, который меняется с глубиной. Определим функцию распределения отражателей по дальности (ФРОД) и обозначим ее как $\rho(l)$. Данная функция представляет собой зависимость суммарного коэффициента отражения от глубины залегания несплошностей. Ее аргументом является глубина расположения отражателя l.

В ультразвуковом методе как правило исследуются сигналы, зависящие от времени. Но здесь и далее вместо времени t в качестве аргумента функций будем указывать расстояние L. Так проще сопоставлять сигнал и отражатель в изделии. Время задержки сигнала и расстояние до отражателя связаны между собой соотношением $L = \frac{C}{2}(t - t_{ПЭП})$, где C – скорость звука в изделии, $t_{ПЭП}$- время двойного пробега волн в протекторе прямого ультразвукового преобразователя или в призме наклонного преобразователя. Следовательно, отсчет расстояния производится от поверхности изделия.

Выделим понятие функции отклика точечного источника $f(l)$ (ФОТИ). Теоретически это эхосигнал от бесконечно малого отражателя, расположенного в дальней зоне ультразвукового поля преобразователя и вблизи его акустической оси. При указанных ограничениях сигнал $f(l)$ обладает пространственной стабильностью, т.е. форма сигнала ФОТИ одинакова во всех точках расположения отражателя. Амплитуда сигнала $f(l)$ будет уменьшаться с увеличением расстояния. В дальнейших расчетах эту зависимость не будем учитывать, предполагая, что в реальных измерениях в ультразвуковом дефектоскопе всегда настроена система временной регулировки чувствительности.

Общий набор эхосигналов в ультразвуковом дефектоскопе $F(L)$ формируется путем сложения ФОТИ со сдвигом, характеризующим глубину залегания отражателя. Причем амплитуда сигнала пропорциональна суммарному коэффициенту отражения на данной глубине, т.е. ФРОД. В результате выражение для эхосигналов, представляет собой интеграл свертки. Запишем его.

$$F(L) = \int_{l} f(L-l) \cdot \rho(l) \cdot dl \qquad (1)$$

Наша задача - на основе реально полученных эхосигналов $F(L)$ восстановить распределение отражателей по дальности $\rho(l)$.

Функции в выражении (1) являются аналитическими, т.е. они дифференцируемы и ограничены по амплитуде, что соответствует их физической сущности. Тогда преобразование свертки (1) является линейным интегральным оператором Ψ, построенным на основе функции $f(l)$. В общем виде можно записать

$$F(L) = \Psi[\rho(l)]. \qquad (2)$$

Из теории интегральных операторов [1] известно, что операторы свертки, типа Ψ, определенные в Гильбертовом пространстве аналитических функций, образуют группу. В частности, важно выделить одно свойство операторов, а именно, любому не единичному оператору Ψ, преобразующему функцию $\rho(l)$ в другую функцию $F(L)$ соответствует оператор Ψ^{-1}, производящий обратное преобразование. Иначе говоря, существует оператор, выражаемый как

$$\rho(l) = \Psi^{-1}[F(L)], \qquad (3)$$

$$\rho(l) = \int_L h(l-L) \cdot F(L) \cdot dL \qquad (4)$$

Из теории групп также следует, что оператор Ψ^{-1} является единственным. Таким образом доказывается существование и единственность решения обратной задачи.

Оператор обратного преобразования Ψ^{-1} также есть интеграл свертки, но построен он уже на основе другой аналитической функции $h(L)$. Оператор Ψ^{-1} осуществляет восстановление функции $\rho(l)$ на основе данных $F(L)$.

В прикладной математике преобразования с помощью интеграла свертки называют фильтрацией. В радиотехнических задачах устройства, реализующие свертку входного сигнала с заданной функцией, также именуют фильтрами. В нашем случае имеется фильтр с базовой функцией $h(L)$, который преобразует входной сигнал $F(L)$ в ФРОД $\rho(l)$. Для краткости будем употреблять термин ρ-фильтр.

Установим связь между функциями, порождающими операторы Ψ и Ψ^{-1}. Перейдем к спектральному представлению интегралов (1) и (4). В Фурье области, как известно, свертка преобразуется в произведение спектров функций. Получим

$$F(j\omega) = f(j\omega) * \rho(j\omega), \qquad \rho(j\omega) = h(j\omega) * F(j\omega), \qquad (5)$$

где: ω - пространственная круговая частота [рад/м], $j = \sqrt{-1}$ - мнимая единица.

Нетрудно видеть, что комплексный спектр $h(j\omega)$ является обратным по отношению к спектру $f(j\omega)$.

$$h(j\omega) = \frac{1}{f(j\omega)}. \qquad (6)$$

На основе полученных соотношений установим процедуру обращения свертки $F(L)$ или процедуру восстановления функции распределения отражателей по дальности $\rho(l)$. Можно выделить следующие этапы:

1. Получение ФОТИ $f(l)$.
2. Расчет комплексного спектра ФОТИ $f(j\omega)$.
3. Расчет комплексного спектра $h(j\omega)$.
4. Расчет $h(L)$ путем обратного преобразования Фурье $h(j\omega)$.
5. Прозвучивание изделия, получение эхосигналов $F(L)$.

6. Восстановление ФРОД $\rho(l)$ посредством ρ-фильтра. Расчет по формуле (4).

На первом этапе производится получение (запоминание в приборе) функции отклика точечного источника $f(l)$. Теоретически $f(l)$ - это эхосигнал от бесконечно малого отражателя. В практических применениях можно использовать эхосигнал от какого-либо малого отражателя конечных размеров, главное чтобы разность путей пробега волн до различных точек этого отражателя была практически одинаковой. Иначе говоря, отражатель должен хорошо воспроизводить ФОТИ. Для получения ФОТИ вполне подходит плоскодонный отражатель.

Второй этап, расчет $f(j\omega)$, не представляет сложностей, поскольку используется прямое преобразование Фурье.

Третий этап, вычисление спектра $h(j\omega)$, создает целый ряд проблем. Во-первых, фазовый спектр $Arg(1/f(j\omega))$ может оказаться положительным. Для типичных эхосигналов в ультразвуковой аппаратуре это является скорее правилом, чем исключением. Положительная фаза спектра сигнала приводит к нарушению принципа причинности во временном представлении. Фильтр, созданный на основе такой функции, должен будет выдавать сигнал на выходе раньше, чем поступит сигнал на его вход. Естественно, невозможно создать такой фильтр, работающий в реальном времени.

Выходом из создавшегося положения является введение временной задержки в фильтр. Причем время задержки выбирается произвольно, главное обеспечить условие отрицательной фазовой характеристики коэффициента передачи фильтра. Таким образом, спектр обращающей функции $h(j\omega)$ рассчитывается из соотношения

$$h(j\omega)=\frac{\exp(-j\omega l_з)}{f(j\omega)}. \qquad (7)$$

Здесь, в числителе добавлен экспоненциальный член, создающий сдвиг по длине пробега волн $l_з$, эквивалентный задержке сигнала во времени.

Восстановленная ФРОД будет иметь вид $\rho(l+l_з)$. Величину сдвига легко учесть поскольку $l_з$ известна и фиксирована для каждого ρ-фильтра.

Во-вторых, спектр ФОТИ $f(j\omega)$ в реальных ультразвуковых приборах ограничен. Спектральная плотность ФОТИ сконцентрирована в некотором диапазоне частот $\omega_н$ - $\omega_в$, а за пределами диапазона резко уменьшается. Попытка синтеза функции $h(j\omega)$ приведет к тому, что за пределами диапазона частот $\omega_н$ - $\omega_в$ ее модуль будет стремиться к бесконечности. Кроме того, физический сигнал $F(L)$ всегда содержит небольшую шумовую составляющую. Спектральные составляющие шума, выходящие за пределы частотного диапазона $\omega_н$ - $\omega_в$, будут несоразмерно усиливаться, что ухудшает качество сигнала ФРОД.

Если бы спектр ФОТИ распределялся во всем диапазоне частот от нуля до бесконечности, то, с учетом (7), можно было бы получить идеальное восстановление ФРОД. В частности, восстановление самой ФОТИ давало бы дельта функцию Дирака $\delta(l)$.

$$\int_L h(l-L)\cdot f(L)\cdot dL=\delta(l+l_з)$$

В реальных условиях, когда спектр ФОТИ ограничен, можно восстановить ФРОД только в диапазоне частот ФОТИ. Следовательно, результат обращения свертки будет уже не идеальный бесконечно короткий импульс, а некоторый сигнал конечной длительности и амплитуды.

$$\int_L h(l-L)\cdot f(L)\cdot dL=\Re(l+l_з) \qquad (8)$$

Сигнал $\Re(l)$ есть минимальный отклик ρ-фильтра на сигнал ФОТИ $f(l)$. В нашей задаче минимальный отклик $\Re(l)$ необходимо выбирать по возможности в виде короткого быстро затухающего сигнала. Выбор функции $\Re(l)$ в общем-то произволен. В этом и состоит некоторое “исскуство” синтеза обращяющих фильтов. Сигнал $\Re(l)$ может быть выбран в виде короткого прямоугольного импульса, треугольного импульса, гауссовской кривой или даже вейвлет-функции. Единственное ограничение здесь – это условие одинакового частотного диапазона сигналов $f(l)$ и $\Re(l)$.

Суммируя сказанное отметим, что спектр $h(j\omega)$ необходимо рассчитывать с учетом спектра $\Re(j\omega)$.

$$h(j\omega) = \frac{\exp(-j\omega l_з)}{f(j\omega)} \cdot \Re(j\omega). \qquad (9)$$

Таким образом получает выражение для практической реализации ρ-фильтра.

Расчеты по этапам 4, 5, 6 сложностей не представляют, т.к. используется обратное преобразование Фурье и вычисление иентеграла свертки.

Теперь посмотрим, как ρ-фильтр, синтезированный на основе выражений (8) и (9), будет восстанавливать ФРОД. Очевидно

$$\rho'(l) = \int_L h(l-L) \cdot F(L) \cdot dL = \int_L h(l-L) \cdot \left[\int_x \rho(L-x) \cdot f(x) \cdot dx \right] dL .$$

Интегралы свертки, как известно [2], обладают свойством коммутативности. Не имеет значения порядок свертки $f(x)$ с функциями $\rho(l)$ и $h(L)$. Данное свойство доказывается с помощью замены переменных в интегралах. Воспользуемся этим фактом и сразу запишем

$$\rho'(l) = \int_y \rho(l-y) \cdot \left[\int_x h(y-x) \cdot f(x) \cdot dx \right] dy = \int_y \rho(l-y) \cdot \Re(y) \cdot dy .$$

Приведенные выражения показывают, что функция распределения отражателей по дальности может быть восстановлена с точностью до ее свертки с минимальным откликом ρ-фильтра $\Re(l)$. Если $\Re(l)$ достаточно короткий сигнал, то “размазывание” $\rho'(l)$ за счет суммирования со сдвигом (интеграл свертки) тоже будет невелико.

Эффективность обработки посредством интеграла свертки проверялась на моделях ультразвуковых эхосигналов. Для этой цели создана программа SIGNAL.EXE, которая содержит все необходимые функции для построения эхосигнала, расчета комплектсных спектров, синтеза спектра ρ-фильтра и конечную обработку. Особенностью данной программы является работа с дискретными сигналами. Все сигналы представлены в виде массивов отсчетов, полученных с некоторой частотой дискретизации: ФОТИ – $\{f_i\}$, ФРОД - $\{\rho_i\}$, эхосигналы – $\{F_i\}$. Тогда расчетные соотношения принимают другой вид:

- спектр функции отклика точечного источника $f(j\Delta) = \sum_{i=0}^{N} \exp(jn\Delta) f_i$,
- спектр ρ-фильтра $h(j\Delta) = \dfrac{\exp(-j\Delta l_з)}{f(j\Delta)} \cdot \Re(j\Delta)$,

- импульсный отклик ρ-фильтра $h_i = \sum_{n=0}^{N-1} \exp(\frac{2\pi ni}{N}) h(j\Delta_n)$, где n – текущий номер отсчета частотного спектра, N – общее количество точек спектра, использованных для расчета импульсного отклика,
- дискретная свертка эхосигнала с импульсным откликом ρ-фильтра $\rho'_m = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} F_k h_{m-k}$, где N – длина массива $\{h_i\}$.

В приведенных выражениях указана нормированная частота $\Delta = \omega / F_D$ [рад], определяемая относительно частоты дискретизации F_D.

На рисунках 1-5 показаны примеры обработки ультразвуковых эхосигналов. Рисунок 1А демонстрирует эхосигнал с несущей частотой 5 МГц, получаемый от типичного ультразвукового преобразователя. Ниже (Рис. 1Б), показан сигнал восстановленной функции распределения отражателей. Частота дискретизации 55 МГц.

На основе комплексного спектра эхосигнала (Рис.1.А), принимаемого в качестве функции отклика точечного источника, получены спектральные характеристики обращающего фильтра – рисунок 2. Затем, посредством обратного преобразования Фурье проведен расчет импульсного отклика фильтра – рисунок 3. Получена базовая функция обратного преобразования $h(L)$. И, наконец, рассчитана свертка исходного эхосигнала (Рис.1.А) с базовой функцией (Рис.3.), в результате получена функция ФРОД (Рис.1.Б).

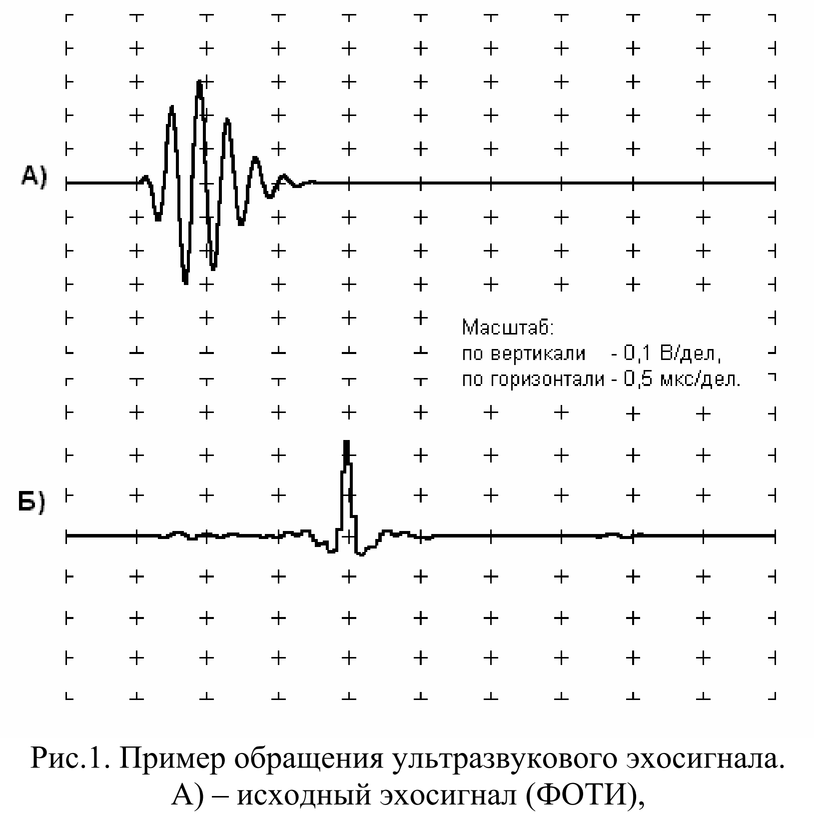

Рис.1. Пример обращения ультразвукового эхосигнала.
А) – исходный эхосигнал (ФОТИ),
Б) – сигнал ФРОД, полученный после обработки ρ-фильтром.

Рис.2. Амплитудно- и фазо-частотная характеристики ρ-фильтра.

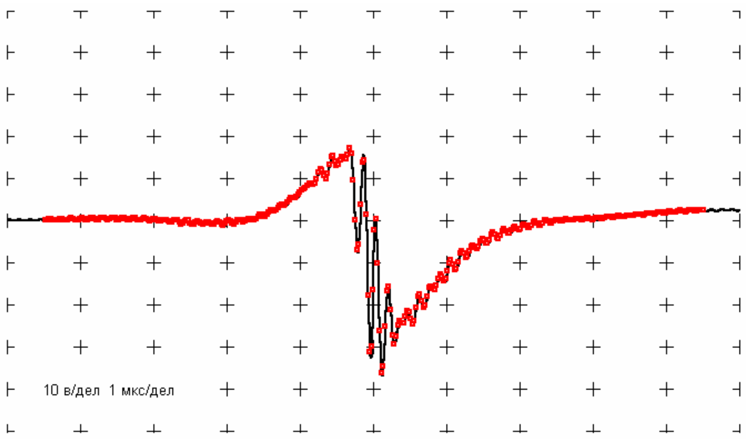

Рис.3. Импульсный отклик ρ-фильтра.

На рисунке 3 красными точками отмечены отсчеты $h(L)$, использованые для определения интеграла свертки.

Способность интегрального преобразования (4) к восстановлению ФРОД в различных комбинациях отражателей демонстрируют рисунки 4 и 5. На рисунке 4 верхний сигнал представляет ФОТИ, средний сигнал является суммой эхосигналов от двух близко расположенных отражателей, нижний сигнал – восстановленная ФРОД.

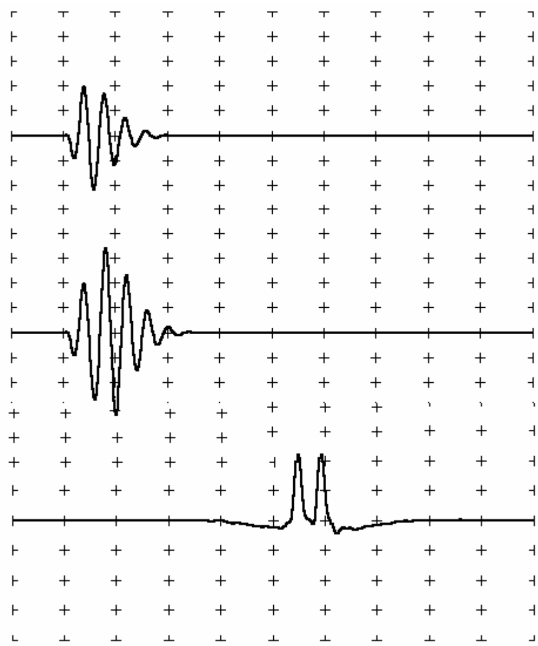

Рис.4. Разделение сигналов от двух близко расположенных отражателей.

Рисунок 5 демонстрирует восствновление ФРОД от распределенного отражателя. Таким отражателем может быть шероховатый дефект, поверхность которого расположена в диапазоне глубин. В качестве теста выбрана ФРОД в виде прямоугольного импульса. Верхний сигнал на рисунке 5 – ФОТИ, средний сигнал – эхосигнал от распределенного отражателя и нижний сигнал – восстановленная ФРОД.

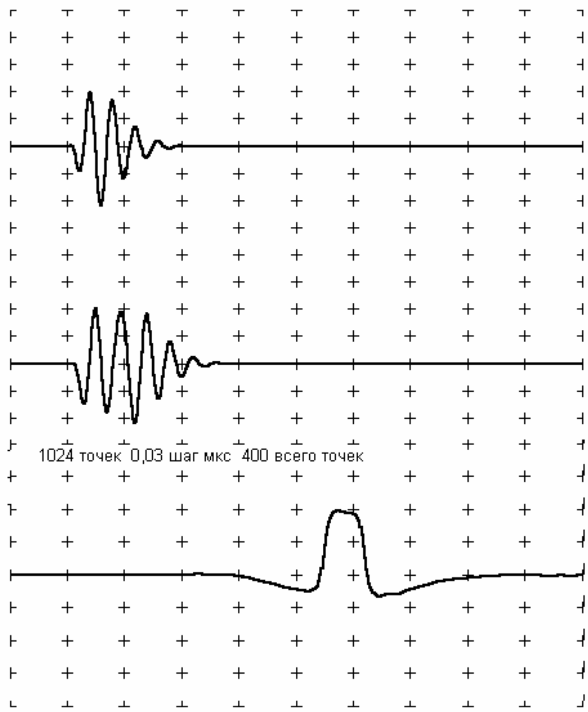

Рис. 5. Восстаносление ФРОД распределенного отражателя

Таким образом, интегральное преобразование (4), ρ-фильтр, обеспечивает восстановление ФРОД с достаточно высокой точностью. Разрешающая способность по дальности улучшается примерно в 5 – 10 раз.

В методиках ультразвукового контроля используется критерий разбраковки дефектов по амплитуде эхосигнала. Применение обработки посредством ρ-фильтра позволяет заменить амплитудный критерий на разбраковку по коэффициенту отражения, т.е. по ФРОД. Такой подход является более прогрессивным и реалистичным поскольку восстановленная функция распределения отражателей по дальности уже не содержит интерференционных составляющих ультразвукового сигнала.

Литература

1. И. И. Ляшко, А. К. Боярчук, Я. Г. Гай, Г. П. Головач. Справочное пособие по высшей математике. Том 1. Математический анализ: введение в анализ, производная, интеграл. Эдиториал УРСС; 1998г.
2. Гусак А.А. и др. Справочник по высшей математике. ТетраСистемс. 1999г.