

**Расчет ультразвукового поля преобразователя в импульсном режиме
Бархатов В.А.**

В статье предлагается способ расчета импульсного волнового поля излучателя произвольной формы. Получены основные расчетные соотношения. Приводятся примеры вычисления полей продольных и поперечных волн, излучаемых прямым преобразователем.

Распределение интенсивности ультразвуковых волн, излучаемых преобразователем в изделие, определяет возможность выявления дефектов. Формирование импульсных ультразвуковых полей с заданными пространственными характеристиками обеспечивает высокую достоверность обнаружения несплошностей и определения их опасности. Наибольший интерес представляет расчет ультразвуковых полей продольных и поперечных волн преобразователей с различной конфигурацией.

Традиционно, задачу расчета полей формулируют следующим образом [1-4]. На поверхности изделия в области контакта с преобразователем задают некоторую функцию силы $F(t)$. Затем производят разложение силы в спектр Фурье

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (1)$$

Далее, в некоторой точке пространства, характеризуемой радиус-вектором \vec{R} , находят спектры колебаний продольных и поперечных волн

$$\begin{aligned} \vec{U}_L(\vec{R}, j\omega) &= \int_S \vec{K}_L(\vec{R}) \cdot F(j\omega) \cdot \exp(-j \frac{\omega}{C_L} |\vec{R}|) \cdot d\vec{S} \\ \vec{U}_T(\vec{R}, j\omega) &= \int_S \vec{K}_T(\vec{R}) \cdot F(j\omega) \cdot \exp(-j \frac{\omega}{C_T} |\vec{R}|) \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь интегрирование ведется по поверхности контакта преобразователя с изделием. Величины $\vec{K}_L(\vec{R})$ и $\vec{K}_T(\vec{R})$ - коэффициенты, определяющие излучение волн точечным источником, C_L , C_T - скорости продольных и поперечных волн соответственно.

Заметим, что коэффициенты излучения являются векторными величинами. Они указывают амплитуду и направление колебаний, исходящих из данной точки преобразователя.

Выражения $\vec{K}_L(\vec{R})$ и $\vec{K}_T(\vec{R})$ для точечных источников типа нормальной и тангенциальной поверхностной силы хорошо известны в литературе [1,3,4]. Например, для поверхностного источника нормальной силы формулы имеют вид

$$K_L(\vec{R}) = \frac{\gamma^2}{2\pi\mu \cdot R} \times \frac{\cos\theta(1 - 2\gamma^2 \sin^2\theta)}{(1 - 2\gamma^2 \sin^2\theta)^2 + 4\sin^2\theta \cos\theta \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2\theta}} \quad (3)$$

$$K_T(\vec{R}) = \frac{1}{\pi\mu \cdot R} \times \frac{\sin\theta \cos\theta \sqrt{\gamma^2 - \sin^2\theta}}{(1 - 2\sin^2\theta)^2 + 4\sin^2\theta \cos\theta \sqrt{\gamma^2 - \sin^2\theta}} \quad (4)$$

Здесь, использованы обозначения:

$\gamma = \frac{C_T}{C_L}$ - отношение скоростей поперечной и продольной волны,

μ - модуль сдвига материала,

θ - угол между нормалью к поверхности, где действует сила, и направлением радиус-вектора,

R - длина радиус-вектора.

В выражениях (3,4) представлены модули векторных коэффициентов. Колебания продольных волн, исходящих от точечного источника, направлены вдоль радиус-вектора, в колебания поперечных волн – перпендикулярно ему. Переход к компонентам векторного коэффициента зависит от выбранной системы координат.

Колебания точки среды во времени вычисляются с помощью обратного преобразования Фурье

$$\begin{aligned}\vec{U}_L(\vec{R}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{U}_L(\vec{R}, j\omega) \exp(-j\omega t) d\omega \\ \vec{U}_T(\vec{R}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{U}_T(\vec{R}, j\omega) \exp(-j\omega t) d\omega\end{aligned}\quad (5)$$

Поставим задачу рассчитать распределение колебаний в пространстве в фиксированные моменты времени, построить картину распределения амплитуд. Такие «мгновенные фотографии» поля дают наиболее наглядное представление о волновом процессе.

Для этого необходимо рассчитать мгновенные амплитуды колебаний продольных и поперечных волн в различных точках пространства, скажем на сетке с шагом Δu и Δz . Детальное изображение волнового процесса требует проведения расчетов на сетке с мелким шагом, величины Δu и Δz должны быть намного меньше длины волны излучения. Например, для расчета изображения в плоскости 500×500 точек необходимо выполнить вычисления по формулам (1-5) 250 000 раз! Это гигантское количество вычислений. Необходимо найти более рациональный способ вычислений. Используем две идеи.

Во-первых, представим преобразователь в виде набора дискретных излучателей. Каждый излучатель содержит точечный источник силы $F_N(t)$ и с ним связан элемент поверхности ΔS_N . Тогда интегралы в выражениях (2) заменяются на суммы. Естественно размер дискретного излучателя должен быть во много раз меньше длины волны.

Во-вторых, расчет будем проводить для функций времени. В этом случае не требуется вычисление прямого преобразования Фурье (1) и обратного преобразования Фурье (5).

Рассмотрим выражения для расчета амплитуды продольной волны. Подставляя формулы (1), (2), (5) одну в другую, получим общее выражение

$$\vec{U}_L(\vec{R}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_S \vec{K}_L(\vec{R}) \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \exp(-j\omega t) dt \right] \exp\left(-j \frac{\omega}{C_L} |\vec{R}|\right) \cdot d\vec{S} \right\} \exp(-j\omega t) d\omega$$

Отметим, что коэффициент $\vec{K}_L(\vec{R})$ является действительным числом и не зависит от частоты. Поэтому порядок интегрирования можно изменить

$$\vec{U}_L(\vec{R}, t) = \int_S \vec{K}_L(\vec{R}) \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \exp(-j\omega t) dt \right) \exp(-j \frac{\omega}{C_L} |\vec{R}|) \exp(-j\omega t) d\omega \right] \cdot d\vec{S}$$

Видно, что импульс силы $F(t)$ раскладывается в спектр (интеграл в круглых скобках), затем все спектральные компоненты умножаются на $\exp(-j \frac{\omega}{C_L} |\vec{R}|)$ и проводится обратное преобразование Фурье (интеграл в квадратных скобках). Умножение спектра на величину типа $\exp(-j\omega T)$ соответствует введению задержки во временную функцию $F(t-T)$ [5]. Следовательно

$$\vec{U}_L(\vec{R}, t) = \int_S \vec{K}_L(\vec{R}) \cdot F\left(t - \frac{|\vec{R}|}{C_L}\right) \cdot d\vec{S}$$

Запишем теперь приближенное выражение интеграла, представив излучатель в виде набора дискретных точечных источников

$$\vec{U}_L(\vec{R}, t) \approx \sum_N \vec{r} \cdot K_L(\vec{R}_N) \cdot F_N(t - T_N) \cdot \Delta S_N, \quad (6)$$

где: $T_N = \frac{|\vec{R}_N|}{C_L}$ - время задержки сигнала,

$\vec{r} = \frac{\vec{R}_N}{|\vec{R}_N|}$ - нормированный радиус-вектор,

величина $K_L(\vec{R}_N)$ вычисляется по формуле (3).

Здесь дискретные излучатели пронумерованы, каждый из них имеет индекс N . В сущности, поле продольных волн в какой либо точке пространства формируется путем векторного сложения возбуждаемых сигналов $F_N(t)$ со своими амплитудами и задержками. Отметим, что выражение (6) позволяет рассчитать поле продольных волн в любой момент и в любой точке пространства. Причем расположение дискретных излучателей также произвольно. Более того, сигнал $F_N(t)$ может меняться в зависимости от номера дискретного излучателя. Это позволяет учесть неоднородность импульса возбуждения по поверхности преобразователя.

Найдем аналогичные выражения для поперечных волн. Здесь, некоторая сложность состоит в том, что коэффициент $\vec{K}_T(\vec{R})$ может быть комплексным числом. В частности, для точечного источника типа нормальной силы (см. выражение (4)) коэффициент $K_T(\vec{R})$ становится комплексным, если угол излучения $\theta \geq \pm \arcsin \gamma$, т.е. если угол излучения больше или равен третьего критического угла в материале. Действительная часть $\text{Re } K_T(\vec{R})$ передает спектр импульса возбуждения $F_N(j\omega)$ в точку пространства без искажений, а мнимая часть $\text{Im } K_T(\vec{R})$ искажает спектр излучения - $j \cdot F_N(j\omega)$.

Обозначим функцию во времени $F1_N(t)$, которая имеет спектр $-j \cdot F_N(j\omega)$. Знак минус в спектре введен для удобства. Точно также анализируя выражения (1-5) получим формулу для расчета поля поперечных волн

$$\bar{U}_T(\bar{R}, t) \approx \sum_N \bar{p} \cdot \left\{ \operatorname{Re} K_T(\bar{R}_N) \cdot F_N(t - T_N) - \operatorname{Im} K_T(\bar{R}_N) \cdot F1_N(t - T_N) \right\} \cdot \Delta S_N, \quad (7)$$

где: $T_N = \frac{|\bar{R}_N|}{C_T}$ - время задержки сигнала,

\bar{p} - нормированный вектор, перпендикулярный \bar{R}_N ,

величина $K_T(\bar{R}_N)$ вычисляется по формуле (4).

Установим соотношение между функциями силы $F(t)$ и $F1(t)$. Известно, что произведение спектров двух сигналов соответствует свертке этих сигналов во времени [5]. Поэтому функция $F1(t)$ представляет собой интеграл свертки $F(t)$ с некоторой функцией, спектр которой равен $-j$.

Нужно обратить внимание на одно обстоятельство. Существует ограничение на физически реализуемые функции времени, а именно они должны быть действительными. Это, в свою очередь, накладывает ограничения на спектр функции. Для любого действительного сигнала $f(t)$, имеют место соотношения [5]

$$\operatorname{Re} f(j\omega) = \operatorname{Re} f(-j\omega) \quad \text{и} \quad \operatorname{Im} f(j\omega) = -\operatorname{Im} f(-j\omega). \quad (8)$$

Спектры функций $F(t)$ и $F1(t)$ должны удовлетворять условиям (8). Откуда неизбежно следует, что спектр $-j$ имеется в области положительных частот, а в области отрицательных частот спектр $+j$. Обобщенно можно записать $-j \cdot \operatorname{sgn} \omega$, где sgn - операция выделения знака.

Такому спектру соответствует временная функция $\frac{1}{\pi \cdot t}$ [6]. В итоге получим

$$F1(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (9)$$

Интеграл (9) называют еще преобразованием Гильберта. Таким образом, сигнал $F1(t)$ есть преобразование Гильберта от сигнала $F(t)$.

Часто импульс возбуждения $F(t)$ представляют в аналитическом виде. Тогда сигнал $F1(t)$ тоже можно указать в виде формулы, проинтегрировав выражение (9). Широко используется представление возбуждающего сигнала в виде экспоненциально нарастающего и экспоненциально спадающего импульса, модулированного высокочастотными колебаниями

$$F(t) = A_0 \cdot [\exp(-\alpha_1 t) - \exp(-(\alpha_1 + \alpha_2)t)] \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (10)$$

α_1 - постоянная времени спада импульса,

α_2 - постоянная времени нарастания импульса.

Найдем аналитическое выражение для функции $F1(t)$. Для этого нужно решить интеграл вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-\alpha\tau)\cos(\omega\tau + \varphi)}{t - \tau} d\tau \quad (11)$$

Вычисление интеграла удобно проводить с помощью теории вычетов. Аналитическое продолжение подынтегральной функции (11) на комплексной плоскости имеет вид

$$f(z) = \frac{\exp(-\alpha \cdot z + j\omega \cdot z + j\varphi)}{t - z} \quad (12)$$

Действительная часть $f(z)$ совпадает с подынтегральной функцией (11). Кроме того, $f(z)$ допускает разложение вида $f(z) = \exp(j\omega \cdot z) \cdot L(z)$. Поэтому, для вычисления интеграла (11) можно применить лемму Жордана [5].

Функция $f(z)$ обладает единственным полюсом первого порядка в точке $z = t$. Определим вычет в полюсе

$$\operatorname{Res}[f(z), t] = \lim_{z \rightarrow t} (z - t) f(z) = -\exp(-\alpha \cdot t + j\omega \cdot t + j\varphi). \quad (13)$$

Поскольку $f(z)$ имеет только один простой полюс, значение интеграла (11) представляет собой действительную часть от вычета (13), умноженного на $\pi \cdot j$ [7]. Следовательно

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-\alpha\tau)\cos(\omega\tau + \varphi)}{t - \tau} d\tau = \operatorname{Re}[\pi \cdot j \cdot \operatorname{Res}(f(z), t)] = \pi \cdot \exp(-\alpha \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi). \quad (14)$$

Теперь, анализируя формулы (9,10,14), легко найти выражение для $F1(t)$.

$$F1(t) = A_0 \cdot [\exp(-\alpha_1 t) - \exp(-(\alpha_1 + \alpha_2)t)] \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (15)$$

Как оказалось - выражение $F1(t)$ очень простое. Однако, совсем не очевидно, что импульсу возбуждения (10) соответствует связанный с ним сигнал (15).

На основании выше приведенных рассуждений можно доказать и более общее соотношение между сигналами $F(t)$ и $F1(t)$. Если сигнал $F(t)$ представляет собой произведение некоторой модулирующей функции и гармонического сигнала $F(t) = M(t)\cos(\omega t + \varphi)$, то связанная с ним функция имеет вид $F1(t) = M(t)\sin(\omega t + \varphi)$. При условии, что модулирующая функция $M(t)$ и ее аналитическое продолжение не имеют полюсов на действительной оси и в комплексной плоскости.

В результате приведенного анализа получены соотношения для расчета ультразвуковых полей. Сконцентрируем внимание на реализации алгоритма расчета. В качестве примера рассмотрим тестовую задачу – расчет импульсного акустического поля прямого преобразователя. Пусть, излучатель имеет круглую форму.

Прежде всего, установим систему координат задачи (x, y, z) . Излучатель поместим в плоскость координат (x, y) , точку нуля системы координат совместим с центром излучателя Рис.1. Проведем разбиение поверхности излучателя на равные элементарные площадки ΔS , соприкасающиеся друг с другом. В центре каждой площадки поместим точечный источник нормальной силы $F(t)$, $F1(t)$. Координаты источников обозначим как $[x_N, y_N, 0]$. Вектор нормали у всех площадок одинаковый $\vec{n} = (0, 0, 1)$, так как излучатель плоский.

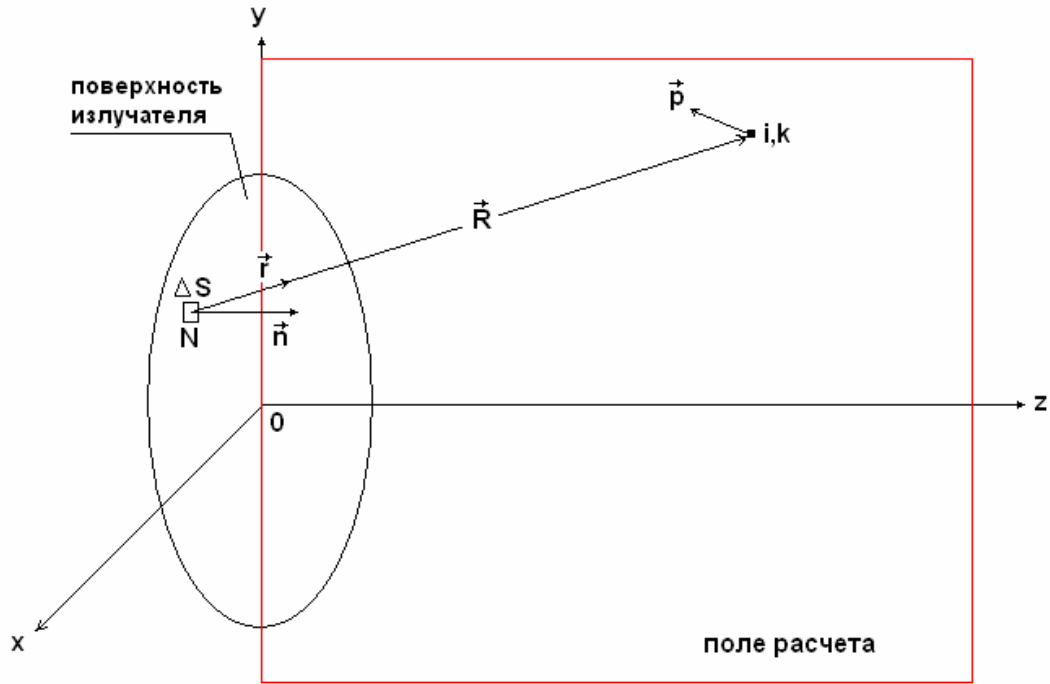


Рис. 1. Схема расположения векторов в задаче расчета волновых полей.

Определим область расчета ультразвукового поля в виде сетки точек с равномерным шагом по осям координат $[0, i\Delta y, k\Delta z]$, i, k - индексы сетки. В каждой точке будем вычислять компоненты вектора мгновенной амплитуды продольной волны $\vec{U}_L^{ik}(t)$ и компоненты вектора смещения поперечной волны $\vec{U}_T^{ik}(t)$, формулы (6,7). Здесь t - заданный момент времени.

Компоненты радиус-вектора \vec{R} , соединяющего источник с номером N и точку расчета с индексами i, k выражаются следующим образом

$$R_x = x_N, R_y = i\Delta y - y_N, R_z = k\Delta z \quad (16)$$

Длина радиус-вектора вычисляется элементарно

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \quad (17)$$

Нам понадобятся еще нормированные компоненты радиус-вектора для вычисления угла излучения и направления колебаний продольной волны

$$r_x = \frac{R_x}{R}, r_y = \frac{R_y}{R}, r_z = \frac{R_z}{R}. \quad (18)$$

Величину $\cos\theta$ найдем как скалярное произведение вектора нормали точечного источника и нормированного радиус-вектора. В нашей системе координат получим $\cos\theta = r_z$. Синус угла излучения легко определить $\sin\theta = \sqrt{1 - r_z^2}$.

Найдем теперь компоненты вектора, указывающего направление колебаний поперечной волны. Обозначим его $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$. Это нормированный вектор, его длина равна единице. Заметим, что векторы $\vec{n}, \vec{r}, \vec{p}$ лежат в одной плоскости и векторы \vec{r}, \vec{p} взаимно перпендикулярны. Следовательно, вектор \vec{p} может быть представлен линейной комбинацией векторов \vec{n}, \vec{r} . Из данных условий следует

$$\vec{p} \cdot \vec{p} = 1, \quad \vec{r} \cdot \vec{p} = 0, \quad \vec{n} \cdot \vec{p} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right), \quad \vec{p} = A\vec{r} + B\vec{n}, \quad A, B - \text{константы.}$$

Не будем приводить подробный анализ этих геометрических соотношений, сразу запишем выражения для компонент вектора \vec{p} в принятой системе координат

$$p_x = \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{2 + \sin \theta}} \cdot r_x, \quad p_y = \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{2 + \sin \theta}} \cdot r_y, \quad p_z = \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{2 + \sin \theta}} \cdot r_z + \frac{1}{\sqrt{2 + \sin \theta}} \quad (19)$$

Теперь все готово для выполнения расчетов в нашей тестовой задаче. Вначале зададим глобальные параметры – скорости волн C_L, C_T , модуль сдвига материала μ , диаметр преобразователя. Также необходимо указать конкретный вид импульсов возбуждения $F(t), F1(t)$. Далее вычисления выполняются поэтапно.

1. Проводится разбиение поверхности преобразователя на элементарные площадки. Определяют координаты точечных источников $[x_N, y_N, 0]$, вектор нормали $\vec{n} = (0, 0, 1)$ и площадь ΔS .
2. Вычисляют координаты точек сетки $[0, i\Delta y, k\Delta z]$, в которых будут определяться амплитуды колебаний.
3. Задают момент времени t .
4. Вычисляют компоненты вектора амплитуды продольной волны в каждой точке сетки $\vec{U}_L^{ik}(t)$.
5. Вычисляют компоненты вектора смещения поперечной волны в каждой точке сетки $\vec{U}_T^{ik}(t)$.
6. Проводят построение яркостной картины волн.
7. Вывод картин на дисплей.

Яркостное представление волнового поля можно получить, сопоставляя модуль колебаний с интенсивностью изображения. Для продольных волн интенсивность изображения вычисляется как

$$I_L^{ik} = K_0 \left| \vec{U}_L^{ik}(t) \right|. \quad (21)$$

Колебания поперечных волн могут быть представлены аналогичным образом

$$I_T^{ik} = K_1 \left| \vec{U}_T^{ik}(t) \right|. \quad (22)$$

Масштабные коэффициенты K_0, K_1 переводят диапазон изменения амплитуд волн в диапазон яркости изображения. Рационально каждую точку расчета i, k сопоставить с одним пикселом картины, тогда изображение будет плотным. Вывод картин продольных и поперечных волн на

одно изображение часто приводит к тому, что они плохо различаются. Поэтому удобно окрасить изображения в различные цвета.

Автором создана программа, реализующая рассмотренные идеи вычислений. На рисунках 2-4 представлены некоторые результаты расчетов. Моделировалась работа прямого ультразвукового преобразователя частотой 5 МГц, излучающего волны в сталь $C_L=5930$ м/с, $C_T=3260$ м/с, $\mu=81$ ГПа. Излучающая поверхность – диск. Импульсы возбуждения были представлены в аналитическом виде (10) и (15). На Рис. 2 показан сигнал возбуждения $F(t)$.

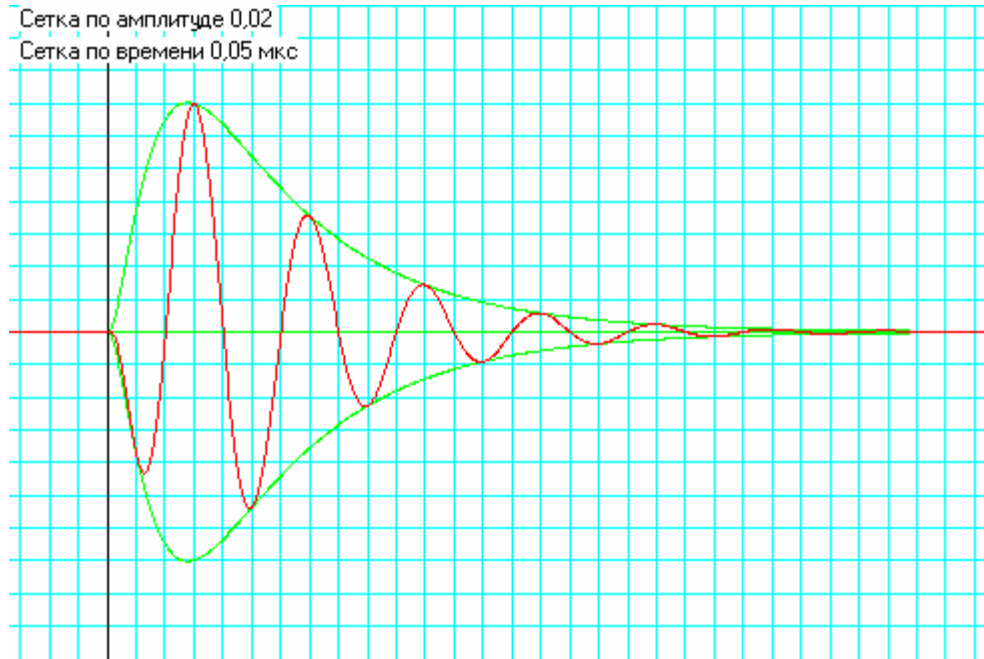


Рис. 2. Импульс силы ультразвукового преобразователя $F(t)$.
Частота колебания 5 МГц.

В расчетах поверхность преобразователя разбивалась на 614 элементов. Колебания продольных и поперечных волн вычислялись на сетке 512*512 точек. Рисунки 3 и 4 демонстрируют «мгновенные фотографии» ультразвукового поля в момент времени 2 мкс от начала возбуждения.

Ультразвуковые поля преобразователя диаметром 1 мм (Рис.3) имеют сферический фронт. Амплитуда продольных волн (L) максимальна на акустической оси, затем плавно уменьшается до нуля в направлении, перпендикулярно акустической оси. Структура поля поперечных волн (T) более сложная. Вдоль акустической оси амплитуда поперечных волн равна нулю. Амплитуда колебаний сильно меняется, в зависимости от угла излучения. Наблюдается резкое увеличение амплитуды колебаний вблизи третьего критического угла (для стали 33°). Указанные закономерности волновых полей близки к полю излучения точечного источника. Интерференционные явления проявляются слабо. Следовательно, алгоритм расчета правильно вычисляет волновые поля.

Ультразвуковое поле продольных (L) и поперечных (T) волн преобразователя диаметром 8 мм показаны на Рис.4. Здесь наблюдается сильнейшая интерференция волн. Для этого преобразователя расчет поля попадает в зону Френеля. Видно, фронт продольных волн близок к плоскому, амплитуда волн максимальна в пределах контура преобразователя, а за его пределами довольно быстро уменьшается, что естественно было ожидать.

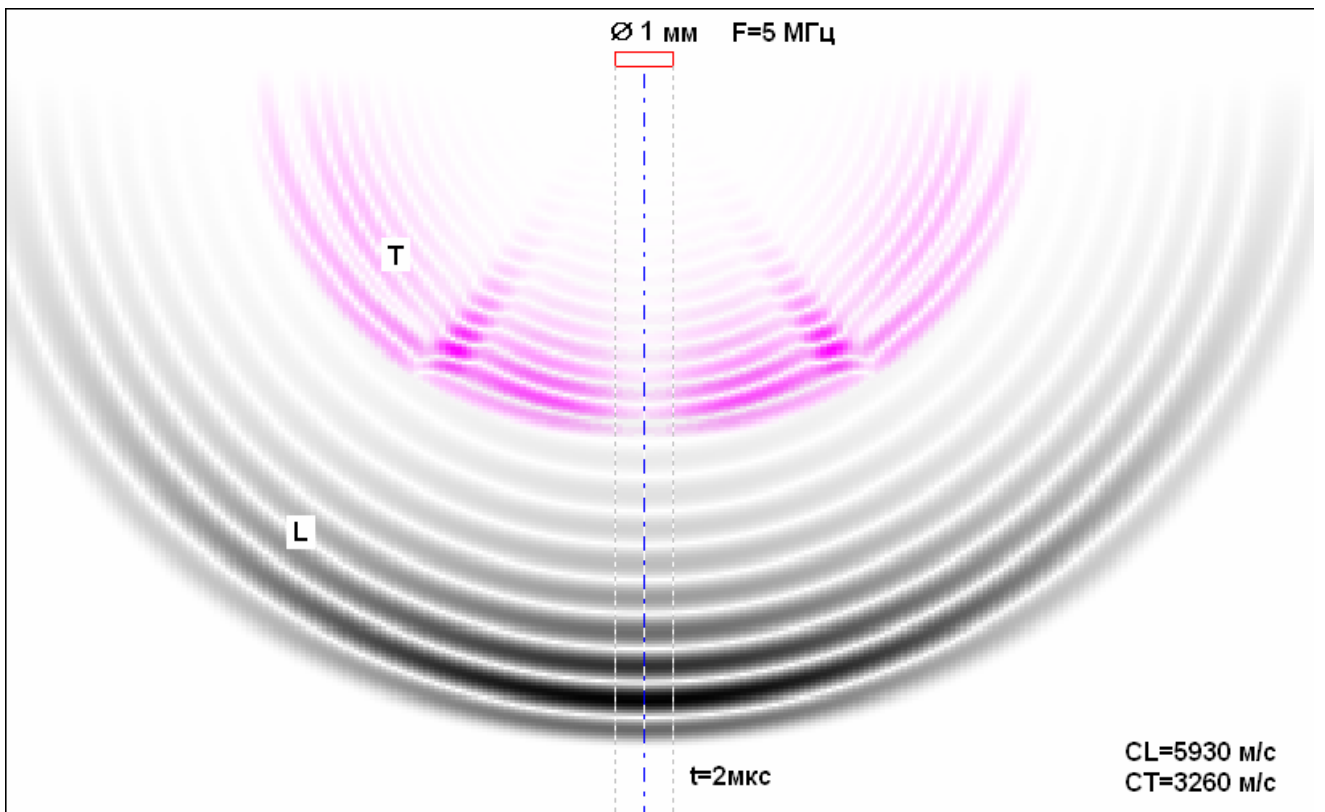


Рис. 3. Картина ультразвукового поля преобразователя диаметром 1мм в момент времени 2 мкс.

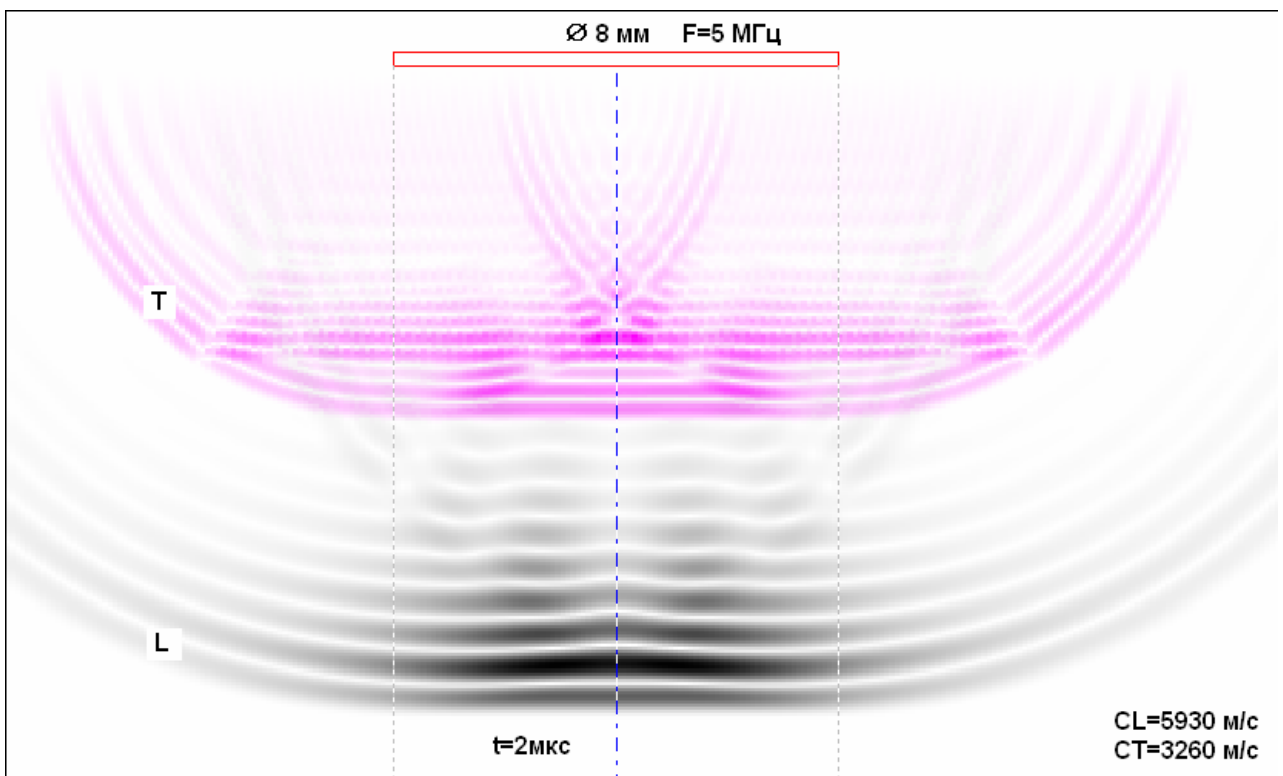


Рис. 4. Картина ультразвукового поля преобразователя диаметром 8мм в момент времени 2 мкс.

Данный способ расчета дает приближенное решение для акустических полей. Это связано не только с представлением излучателя набором точечных источников, но и с приближениями поля излучения самого точечного источника. Здесь отсутствует излучение волн Рэлея и головных волн. Если необходимо определить поле поверхностных волн, то данный метод можно модифицировать, применяя решения для поля поверхностной волны точечного источника. В частности, поле излучения волн Рэлея точечным источником силы найдено в работе [8].

Другое приближение связано с тем, что в расчетах используется поле источника силы. Это в неявном виде означает, что импеданс преобразователя, контактирующего с поверхностью изделия, существенно ниже импеданса изделия. Теоретически импеданс излучателя равен нулю.

Представленный способ расчета импульсных акустических полей ориентирован на вычисление полей интерференции объемных волн от излучателей произвольной формы, расположенных на поверхности объекта контроля. Следует подчеркнуть, что решается трехмерная задача. В этом смысле метод расчета универсален. Он позволяет определять поля излучателей с криволинейной поверхностью, например фокусирующих преобразователей или преобразователей, притертых к поверхности трубного элемента. Кроме того, данный метод применим к расчету полей многоэлементных или матричных преобразователей. Его можно использовать для определения искажений акустического поля, связанного с качеством акустического контакта. В простейшем случае вводится неоднородность амплитуды возбуждающего импульса от одного дискретного излучателя к другому.

Список литературы

1. В.Т.Гринченко, В.В.Мелешко Гармонические колебания и волны в упругих телах.- Киев: Наукова думка, 1981 -284с.
2. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. –М: ИЛ, 1955.
3. Дзенис В.В. Применение ультразвуковых преобразователей с точечным контактом для неразрушающего контроля. –Рига: Знание, 1987 –263с.
4. Г.А.Буденков, О.В.Незведская Динамические задачи теории упругости в приложении к проблемам акустического контроля и диагностики -М: Физматлиб 2004. –135с.
5. И.Г.Араманович, Г.Л.Лунц, Л.Э.Эльсгольц Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. –М: Наука 1968 –416с.
6. У.М.Сиберт Цепи. Сигналы. Системы. В 2-х ч.: Пер с англ. –М: Мир, 1988. –366с.
7. Г.Корн, Т.Корн Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. –М: Наука, 1973. –832с.
8. Г.А.Буденков, О.В.Незведская К расчету пьезопреобразователей рэлеевских волн // Дефектософия, 1992. №10, с. 76-81.