

Электромеханическая модель пьезопреобразователя

Бархатов В.А.

В статье рассматривается одномерная электромеханическая модель пьезопреобразователя, которая воспроизводит возбуждение ультразвуковых импульсов в изделии, прием эхосигналов, выполняет расчет волн во всех его элементах (демпфер, протектор, пьезоэлемент, слой контактной жидкости и т.д.). Приведены результаты расчетов электрических и волновых процессов в прямом ультразвуковом преобразователе при его совместной работе с генератором зондирующих импульсов. Демонстрируется хорошее совпадение расчетов с экспериментом.

Ключевые слова: *пьезопреобразователь, дискретная модель, конечные разности во временной области.*

Ультразвуковые пьезопреобразователи (ПЭП), как правило, разрабатывают и совершенствуют экспериментально, пользуясь основными соотношениями акустики и здравым смыслом. Более совершенный подход состоит в анализе электрического и волнового процессов, происходящих в ПЭП при его возбуждении и приеме эхосигналов. Тогда станет возможным целенаправленный выбор материалов ПЭП и реализация оптимальных режимов работы. Детальную информацию о процессах в преобразователе можно получить с помощью полной электромеханической модели.

В настоящее время разработан метод расчета волновых полей, основанный на численном решении системы уравнений с переменными – колебательная скорость и тензор механических напряжений. Здесь, решение для акустических волн находят с помощью двухслойной схемы конечно-разностных уравнений (КРВО) [1,2]. В зарубежной литературе используется сокращение для данного алгоритма VS-FDTD (Velocity-Stress Finite Difference Time Domain). Главное достоинство системы уравнений скорость – тензор напряжений заключается в том, что граничные условия естественным образом входят в алгоритм расчета. Нет необходимости в каких-либо дополнительных вычислениях параметров волн на границах раздела двух сред.

Для составления полной модели ПЭП нужно включить пьезоэффект в систему дифференциальных уравнений сплошной среды. Такие комплексные модели также известны [3-11]. В них используют систему уравнений скорость – тензор напряжений с учетом пьезоэффекта и уравнения для вектора электрического смещения. Формулировка конечно-разностных соотношений производится с помощью псевдо-спектрального метода. В основном работы по этой тематике опубликованы после 2000г.

В данной статье поставим задачу создать одномерную электромеханическую модель пьезопреобразователя, которая будет воспроизводить возбуждение ультразвуковых импульсов в изделии, прием эхосигналов, расчет волн во всех элементах ПЭП (демпфер, протектор, пьезоэлемент, слой контактной жидкости и т.д.). Причем, в отличие от известных решений, используем конечно-разностные аппроксимации производных высокого порядка, что существенно снижает погрешности вычислений.

В материалах, обладающих пьезоэффектом, с помощью алгоритма КРВО решают следующую систему дифференциальных уравнений (формулировка в 3-х мерном пространстве)

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{d\sigma_{ij}}{dx_j}, \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dt} = C_{ijkl} \frac{dv_k}{dx_l} - e_{pij} \frac{dE_p}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{dD_i}{dt} = i_i^{cm} = \varepsilon_{ij} \frac{dE_j}{dt} + e_{ikl} \frac{dv_k}{dx_l}, \quad (3)$$

$$\frac{dD_i}{dx_i} = 0, \quad (4)$$

где: ρ - плотность [кг/м³],
 U_i - скорость смещения точек среды (колебательная скорость) [м/с],
 σ_{ij} - тензор механических напряжений [Па],
 C_{ijkl} - тензор упругости [Па],
 e_{pij} - тензор пьезомодулей [Н/В*м] или [Кл/м²],
 E_p - напряженность электрического поля [В/м],
 D_i - вектор смещения [Кл/м²],
 i_i^{cm} - плотность тока смещения [А/м²],
 ϵ_{ij} - абсолютная диэлектрическая проницаемость [Ф/м],

Уравнение (1) представляет второй закон Ньютона для сплошной среды. Уравнение (2) дает описание обратного пьезоэффекта, т.е. возникновение механических напряжений и деформаций (колебаний среды) под действием электрического поля. Уравнение (3) формулирует прямой пьезоэффект – возникновение тока смещения и электрического поля в напряженно-деформированном теле. Уравнение (4) - это уравнение электрического баланса - оно указывает, что в материале отсутствуют объемные электрические заряды.

Отметим, что тензор пьезомодулей e_{pij} выражают в единицах [Н/В*м] или [Кл/м²]. Не трудно показать, что эти размерности совпадают $\left[\frac{Кл}{м^2} \right] = \left(\frac{А \cdot с}{м^2} = \frac{В \cdot м \cdot с}{В \cdot м^2} = \frac{Н \cdot м \cdot с}{В \cdot с \cdot м^2} \right) = \left[\frac{Н}{В \cdot м} \right]$.

Характеристики пьезоматериалов обычно указывают в соответствии со стандартом [12]. В справочниках и данных производителей приводятся сведения о компонентах тензора d_{pij} , который имеет размерность [Кл/Н] или [м/В]. Эти размерности также совпадают. Тензоры e_{pij} и d_{pij} связаны между собой соотношением

$$e_{pnm} = C_{nmij} d_{pij}. \quad (5)$$

Кроме того, стандарт [12] устанавливает ориентацию системы координат в пьезоматериале, что обеспечивает однозначную интерпретацию компонент тензоров по индексам. Поляризация материала всегда должна быть направлена по оси x_3 декартовой системы координат (x_1, x_2, x_3). В данной работе установим систему координат пьезоэлемента согласно [12], Рис. 1.

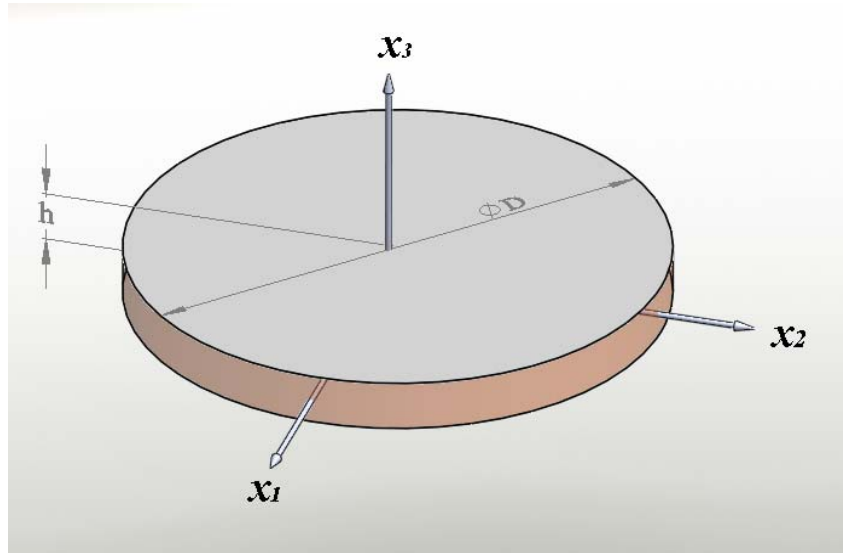


Рис.1. Пьезоэлемент. Система координат.

Сформулируем уравнения для одномерной модели. В этом случае считается, что пьезоэлемент совершает поршневые колебания, краевые эффекты отсутствуют, деформация происходит только в направлении оси x_3 , вектор колебательной скорости и вектор напряженности электрического поля тоже направлены вдоль оси x_3 (см. Рис.1). Учитывая эти обстоятельства, запишем

$$\rho \frac{dv}{dt} = \frac{d\sigma}{dx} \quad (6)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = C_{33} \frac{dv}{dx} - e_{33} \frac{dE}{dt} \quad (7)$$

$$i = \psi \cdot E + \varepsilon_3 \frac{dE}{dt} + e_{33} \frac{dv}{dx} \quad (8)$$

Здесь, для краткости, опущены индексы физических величин σ, v, E, i и указаны матричные обозначения компонент тензоров $C_{33} = C_{3333}$, $e_{33} = e_{333}$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_{33}$. В выражении (8) добавлен элемент с проводимостью ψ [См/м]. Он характеризует электрические потери в материале. Как показали расчеты и эксперименты, проводимость ψ оказывает существенное влияние на работу преобразователя.

В характеристиках пьезоматериалов обычно указывается тангенс диэлектрических потерь на частоте 1 КГц - $tg(\delta)$. Величину проводимости в области высоких частот можно определить по формуле

$$\psi = tg(\delta) \cdot \omega \cdot \varepsilon_3, \quad (9)$$

где: ω - круговая частота.

Необходимо отметить, что при одноосных деформациях вдоль оси x_3 есть не только механическое напряжение σ_{33} , но также возникают поперечные напряжения σ_{11} , σ_{22} . В принципе их можно рассчитать по закону Гука, но в обсуждаемой модели они не представляют интереса.

В модели полагается, что вектор смещения D и ток смещения i не зависят от координаты и меняются только от времени. При этом автоматически выполняется условие отсутствия объемных зарядов в материале пьезоэлектрика $dD/dx = 0$.

Далее запишем соотношения для напряжения и тока пьезоэлемента. Очевидно, напряжение на контактах пьезопластины $U_{ПЭП}$ можно определить, интегрируя напряженность электрического поля по толщине пластины

$$U_{ПЭП} = \int_0^h E \cdot dx, \quad (10)$$

где: h – толщина пьезоэлемента.

Ток, протекающий через пьезоэлемент, равен

$$I_{ПЭП} = S_{ПЭП} \cdot i \quad (11)$$

где: $S_{ПЭП}$ - площадь пьезопластины [м²].

Определим материальные уравнения для остальных частей преобразователя. В них важно учесть эффект поглощения ультразвуковых волн. Особенно это касается демпфера. В качестве закона упругости с динамическими потерями используем модель Кельвина вязкоупругого твердого тела (формулировка заимствована из работы [1])

$$\frac{d\sigma}{dt} = (\lambda + 2\mu) \frac{dv}{dx} + \eta \frac{d^2v}{dxdt}, \quad (12)$$

где: λ, μ - постоянные Ламе [Па].

η - динамическая вязкость [Па/с].

Второй закон Ньютона остается таким же – выражение (6).

Модуль растяжения-сжатия материала $(\lambda + 2\mu)$ обычно находят через скорость продольных волн V_L и плотность

$$(\lambda + 2\mu) = \rho \cdot V_L^2 \quad (13)$$

В работе [1] показано, что вязкость материала можно найти из следующего уравнения

$$\eta \approx 0,2302 \cdot \beta \frac{\rho \cdot V_L^3}{(2\pi \cdot f)^2}, \quad (14)$$

где: β – коэффициент затухания продольных волн [дБ/м],

V_L - скорость продольных волн [м/с],

f - частота ультразвуковых колебаний [Гц].

Итак, уравнения (6) – (11) дают описание акустического и электрического процессов в пьезоэлементе, а уравнения (6), (12) обеспечивают расчет волн в остальных частях акустической системы.

Рассмотрим способ численного моделирования пьезопреобразователя. Здесь производится дискретизация пространства и времени с некоторым шагом $\Delta x, \Delta t$. Непрерывные функции

$\sigma(x, t), v(x, t), E(x, t), i(t)$ заменяют их дискретными аналогами $\sigma_i^k, v_{i+1/2}^{k+1/2}, E_i^k, i^k$. Формируется сетка решений системы дифференциальных уравнений. Индекс i характеризуют точку в пространстве $x = i\Delta x$, а индекс k указывает временной слой $t = k\Delta t$.

Расположение узлов сетки показано на Рис.2. Узлы, в которых вычисляется скорость колебаний среды, помечены красным цветом. В узлах синего цвета находят механические напряжения и напряженность электрического поля. Сетка скоростей $v_{i+1/2}^{k+1/2}$ и сетка напряжений σ_i^k, E_i^k сдвинуты между собой на $1/2$ шага дискретизации в пространстве и во времени. Такой выбор минимизирует погрешности в конечно-разностных выражениях.

Дифференциальные уравнения преобразуют в их конечно-разностные аналоги. Вначале определяют выражения для производных по времени и в пространстве.

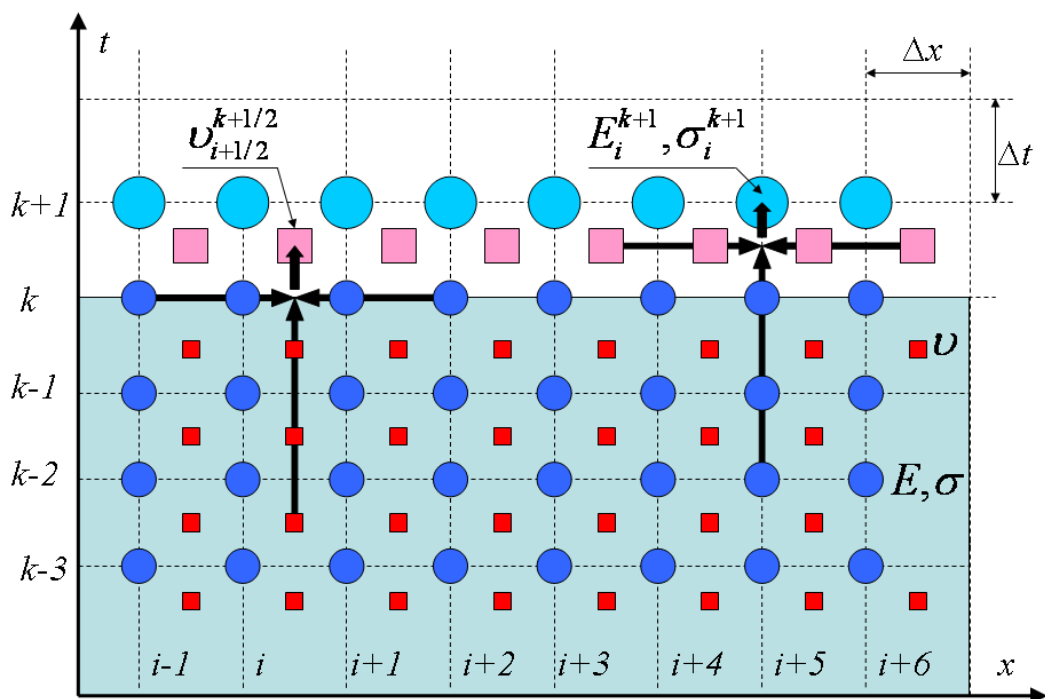


Рис.2. Расположение узлов в двухслойной схеме КРВО.

Черными стрелками отмечены схемы расчета производных.

Пусть имеется некоторая величина A , зависящая от времени t . Также известны значения $A^{k+1/2} = A(k\Delta t + \Delta t/2)$, $A^{k-1/2} = A(k\Delta t - \Delta t/2)$, $A^{k-1-1/2} = A(k\Delta t - \Delta t - \Delta t/2)$ и $A^{k-2-1/2} = A(k\Delta t - 2\Delta t - \Delta t/2)$ вблизи точки $k\Delta t$. Тогда приближенное значение первой производной по времени можно найти по формуле

$$\frac{dA^k}{dt} \approx \frac{1}{24\Delta t} (23A^{k+1/2} - 21A^{k-1/2} - 3A^{k-1-1/2} + A^{k-2-1/2}) \quad (15)$$

Аналогичным образом можно получить выражение для производной по координате x вблизи точки $(i+1/2)\Delta x$

$$\frac{dA_{i+1/2}}{dx} \approx \frac{1}{24\Delta x} (A_{i-1} - 27A_i + 27A_{i+1} - A_{i+2}) \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) заимствованы из работы [2], в которой выполнен анализ погрешностей алгоритма КРВО.

Способ вывода конечно-разностных уравнений продемонстрируем на примере уравнения второго закона Ньютона (6). Подставляя конечно-разностные формулы (15), (16) в уравнение (6), получим

$$\rho \frac{23v_{i+1/2}^{k+1/2} - 21v_{i+1/2}^{k-1/2} - 3v_{i+1/2}^{k-1-1/2} + v_{i+1/2}^{k-2-1/2}}{24\Delta t} = \frac{\sigma_{i-1}^k - 27\sigma_i^k + 27\sigma_{i+1}^k - \sigma_{i+2}^k}{24\Delta x} \quad (17)$$

Правая часть выражения (17) представляет собой производную механических напряжений по координате в момент времени k . Левая часть (17) содержит значения колебательной скорости в предыдущие моменты времени $k-1/2$, $k-1-1/2$, $k-2-1/2$ и в будущем $k+1/2$. Из данного уравнения легко вычисляется значение колебательной скорости в будущем $v_{i+1/2}^{k+1/2}$.

Остальные дифференциальные уравнения (7), (8), (12) преобразуются в конечно-разностные уравнения аналогичным образом.

Рассмотрим порядок расчета в алгоритме КРВО. В некоторый момент времени k известно значение тока смещения i^k и распределение электрического поля в пьезоэлементе. Также известно решение волнового уравнения в настоящем и в прошлом - найдены механические напряжения во временных слоях k , $k-1$, $k-2$ и вектор скорости в слоях $k-1/2$, $k-1-1/2$, $k-2-1/2$. Необходимо найти решение в будущем, во временных слоях $k+1/2$ и $k+1$. Процесс вычислений состоит из нескольких этапов, перечисленных ниже.

1. Вычисление колебательной скорости в момент времени $k+1/2$. Схема расчета – Рис.2. слева.
2. Вычисление напряженности электрического поля в момент времени $k+1$. Схема расчета – Рис.2. справа.
3. Вычисление механических напряжений в момент времени $k+1$. Схема расчета – Рис.2. справа.
4. Вычисление напряжения на контактах пьезоэлемента в момент времени $k+1$.

В частности, напряжение пьезопластины определяется путем численного интегрирования

$$U_{ПЭП}^{k+1} = N \cdot \Delta x \sum_{j=0}^N E_j^{k+1} \quad (18)$$

Перед тем, как выполнять расчеты, проводят подготовительные операции. В памяти компьютера формируется сетка переменных задачи σ_i^k , $v_{i+1/2}^{k+1/2}$, E_i^k , i^k в виде массивов данных.

Каждому узлу сетки сопоставляется комплект физических величин ρ , C_{33} , η , e_{33} , ε_3 , ψ . Сетка «заливается» параметрами сред.

В процессе расчетов не имеет смысла хранить все временные слои в памяти ЭВМ. Достаточно выполнить расчет величин в будущем (в новом временном слое) используя данные в настоящем и прошлом (временные слои с известным решением). В конце каждого цикла вычислений проводится перезагрузка данных из будущего в настоящее. В некоторые моменты времени необходимо провести анализ данных, визуализацию результатов расчета.

Алгоритм КРВО имеет особенности, связанные с порядком вычисления параметров. Внешняя электрическая цепь создает ток в пьезоэлементе $I_{ПЭП}^k$. Внутри него формируется ток смещения $i^k = I_{ПЭП}^k / S_{ПЭП}$. После вычислений по алгоритму КРВО определяется состояние волнового процесса и электрического поля в следующий момент времени $U_{i+1/2}^{k+1/2}$, σ_i^{k+1} , E_i^{k+1} . Затем определяется новое значение напряжения пьезоэлемента $U_{ПЭП}^{k+1}$. Расчеты выполняются циклически. При этом находится решение задачи все дальше и дальше во времени. Можно сказать, что алгоритм КРВО экстраполирует решение из прошлого в будущее.

Важно отметить, что в каждом цикле расчетов электрическая цепь задает ток пьезоэлемента $I_{ПЭП}^k$, а в результате вычислений определяется напряжение на нем $U_{ПЭП}^{k+1}$. Эту особенность необходимо учитывать при создании алгоритма моделирования электронной схемы, в которую включен ультразвуковой преобразователь.

Алгоритм КРВО является условно устойчивыми. Процесс вычислений сходится (устойчив), если выполняется соотношение между шагами сетки в пространстве Δx и во времени Δt

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{C_{MAX}}. \quad (19)$$

Здесь C_{MAX} - максимальная скорость продольных волн из всех контактирующих сред. Устойчивость алгоритма еще не обеспечивает высокую точность вычислений. В работе [12] проведено исследование погрешностей различных вариантов алгоритмов КРВО. Сформулированы рекомендации к выбору параметров дискретизации.

1. Шаг сетки в пространстве следует выбирать из эмпирического условия

$$\Delta x \leq \frac{\lambda_{MIN}}{40}, \text{ где } \lambda_{MIN} - \text{минимальная длина волны в данной задаче.}$$

2. Шаг по времени выбирается из условия устойчивости алгоритма с учетом требований точности вычислений. Эмпирическое условие

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{2C_{MAX}}$$

Остановимся на небольшом вопросе создания условий свободной границы твердого тела или жидкости. В работе [2] показано, что в системе уравнений скорость – тензор напряжений будут выполняться условия близкие к свободной границе, если установить параметры контактирующей среды $C_{33} = 0$, $\rho = 10^{20}$. Необходимо подчеркнуть, что среда с нулевыми модулями упругости и огромной плотностью не является физической. Волны в такой среде не существуют. Указанный комплекс параметров всего лишь имитирует граничные условия на свободной поверхности.

Далее обсудим проблему моделирования электронной схемы. Возьмем в качестве демонстрационного примера типовой генератор зондирующих импульсов, Рис.3А. Схема работает следующим образом. В исходном состоянии конденсатор С заряжен от напряжения источника питания U_0 . Для формирования зондирующего импульса на затвор транзистора VT подается прямоугольный сигнал длительностью $\frac{1}{2}$ периода колебаний преобразователя. В этот интервал времени транзистор VT открывается и заряженный конденсатор С подключается к ультразвуковому преобразователю (ПЭП) и элементам схемы R, L. Происходит передача энергии в преобразователь. После того, как транзистор VT закрылся, конденсатор С отключается от выходных элементов R, L, ПЭП. Далее наблюдаются затухающие колебания в контуре, который состоит из индуктивности L и статической емкости ПЭП. Именно эти колебания формируют акустический зондирующий импульс. Индуктивность L выбирается с таким расчетом, чтобы частота электрических колебаний контура была равна рабочей частоте ПЭП. Резистор R

определяет затухание колебаний зондирующего импульса. Его еще называют электрическим демпфером.

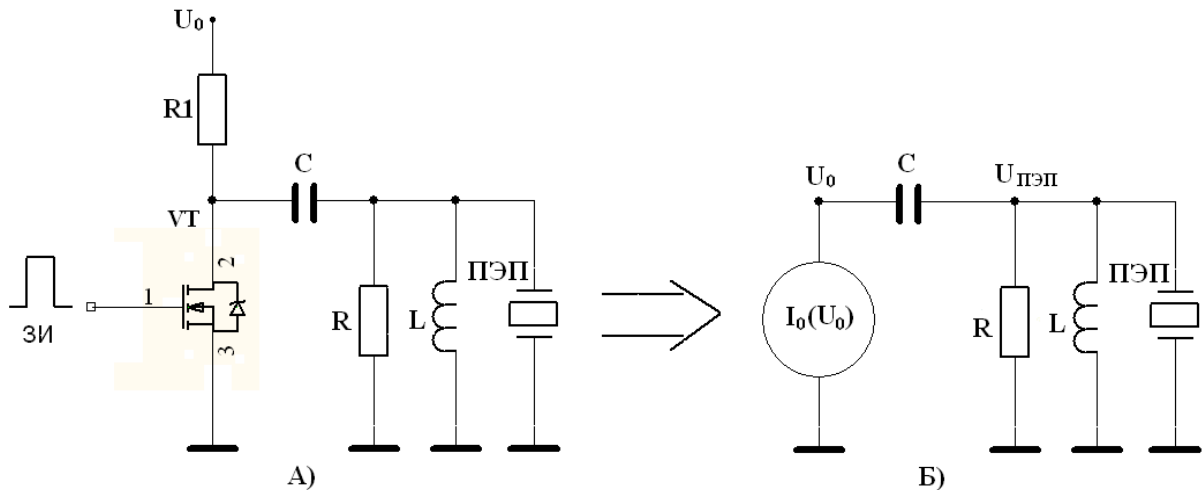


Рис. 3. Генератор зондирующих импульсов.

А) Схема электрическая принципиальная. Б) Эквивалентная схема.

В настоящее время теория моделирования электронных схем достаточно хорошо разработана. Имеется обширная литература на эту тему, см. например [13,14]. Для составления уравнений численных моделей используют метод узловых потенциалов или метод контурных токов.

В нашем случае расчет переходного процесса в электронной схеме должен быть согласован с расчетом волнового процесса в акустической системе. При этом известно напряжение на пьезоэлементе и нужно рассчитать его ток. Для решения такой задачи лучше всего подходит метод узловых потенциалов.

Вначале преобразуем схему Рис.3А в эквивалентную схему, пригодную для расчетов – Рис.3Б. Здесь, транзистор VT заменен на эквивалентный нелинейный элемент $I_0(U_0)$. В начальном состоянии все токи в схеме равны нулю, напряжение заряда конденсатора равно U_0 , напряжение на пьезоэлементе отсутствует $U_{ПЭП} = 0$.

Несколько слов об эквиваленте транзистора $I_0(U_0)$. В схеме используется CMOS транзистор, который работает в ключевом режиме. Его выходную характеристику можно представить с помощью сопротивления $I_0 = U_0/R_{VT}$. Если транзистор закрыт, сопротивление R_{VT} составляет несколько мегаом. В открытом состоянии R_{VT} меньше 1 ома. В течение переходного процесса открывания и закрывания транзистора будем считать упрощенно, что сопротивление R_{VT} плавно меняется от значения открытого состояния до закрытого, или наоборот.

Кроме того, в силовых CMOS транзисторах устанавливаются диод (см. Рис.3А), который ограничивает выбросы отрицательного напряжения на стоке (контакт 2). Учтем работу диода следующим образом. Если напряжение U_0 становится отрицательным, ток транзистора вычисляется в виде $I_0 = U_0/R_D$, где $R_D = 0,1$ Ом.

Есть еще один эффект. CMOS транзистор имеет так называемое напряжение отсечки U_{CUT} . Если напряжение сток-исток (контакты 2,3) превышает U_{CUT} , происходит пробой p-n перехода, образованного между каналом и подложкой. В этом случае транзистор работает как высоковольтный стабилитрон. Нужно отметить, что пробой p-n перехода не выводит транзистор из строя, если он не перегревается. Также учтем это явление. Если $U_0 > U_{CUT}$, ток транзистора вычисляется по формуле $I_0 = (U_0 - U_{CUT})/R_{CUT}$. Величина R_{CUT} составляет 0,1-0,5 Ом.

С учетом всего, выше сказанного, используем метод узловых потенциалов и составим систему уравнений для схемы Рис.3Б.

Сумма токов для узла U_0

$$I_0(U_0) + C \frac{d(U_0 - U_{ПЭП})}{dt} = 0 \quad (20)$$

Сумма токов для узла $U_{ПЭП}$

$$I_0(U_0) + \frac{U_{ПЭП}}{R} + I_L + I_{ПЭП} = 0 \quad (21)$$

Ток индуктивности L.

$$I_L = \frac{1}{L} \int_0^t U_{ПЭП} dt \quad (22)$$

Выражения (20) – (22) образуют систему интегро-дифференциальных уравнений с активным нелинейным элементом $I_0(U_0)$. Преобразуем (20) – (22) в конечно-разностные уравнения. Выполним дискретизацию времени с таким же шагом Δt , как и в акустической задаче. Заменяем производные и интегралы их конечно-разностными аппроксимациями. Получим.

Уравнение для узла U_0

$$I_0^k(U_0^k) + \frac{C}{\Delta t} [U_0^{k+1} - U_0^k] - \frac{C}{\Delta t} [U_{ПЭП}^{k+1} - U_{ПЭП}^k] = 0 \quad (23)$$

Уравнение для узла $U_{ПЭП}$

$$I_0^k(U_0^k) + \frac{1}{R} U_{ПЭП}^{k+1} + I_L^{k+1} + I_{ПЭП}^{k+1} = 0 \quad (24)$$

Численное интегрирование тока индуктивности методом трапеций

$$I_L^{k+1} = I_L^k + \frac{\Delta t}{L} \frac{U_{ПЭП}^{k+1} + U_{ПЭП}^k}{2} \quad (25)$$

Проанализируем выражения (23)-(25). В некоторый момент времени k известно мгновенное состояние электронной схемы U_0^k , $I_0^k(U_0^k)$, а также напряжение на преобразователе $U_{ПЭП}^k$ и его ток I_0^k . После расчета акустической системы алгоритмом КРВО получают напряжение на преобразователе в следующий момент времени $U_{ПЭП}^{k+1}$. Теперь нужно найти ток преобразователя в новый момент времени $I_{ПЭП}^{k+1}$.

Величину $I_{ПЭП}^{k+1}$ определим из уравнения (24) учитывая соотношение (25). Затем найдем величину U_0^{k+1} из уравнения (23).

Итак, получена полная система уравнений, которая моделирует электрические и механические процессы и их взаимодействие. Автором создана программа, выполняющая расчеты генератора зондирующих импульсов и акустической одномерной системы, содержащей пьезопреобразователь. Электромеханическая модель представлена на Рис.4.

Акустическая система (Рис.4) содержит ультразвуковой преобразователь (пьезоэлемент, протектор, демпфер) и образец, который прозвучивается через слой контактной жидкости. Дополнительно в акустической модели введены тонкие слои электродов пьезопластины. На концах акустической системы (наружная поверхность демпфера и донная поверхность образца) установлены условия свободных границ. Таким образом, акустическая система моделирует работу прямого преобразователя при прозвучивании плоскопараллельного образца в ближней зоне ультразвукового поля ПЭП. Модель позволяет рассчитать сигнал зондирующего импульса, реверберационно-шумовую характеристику и донные эхосигналы в образце.

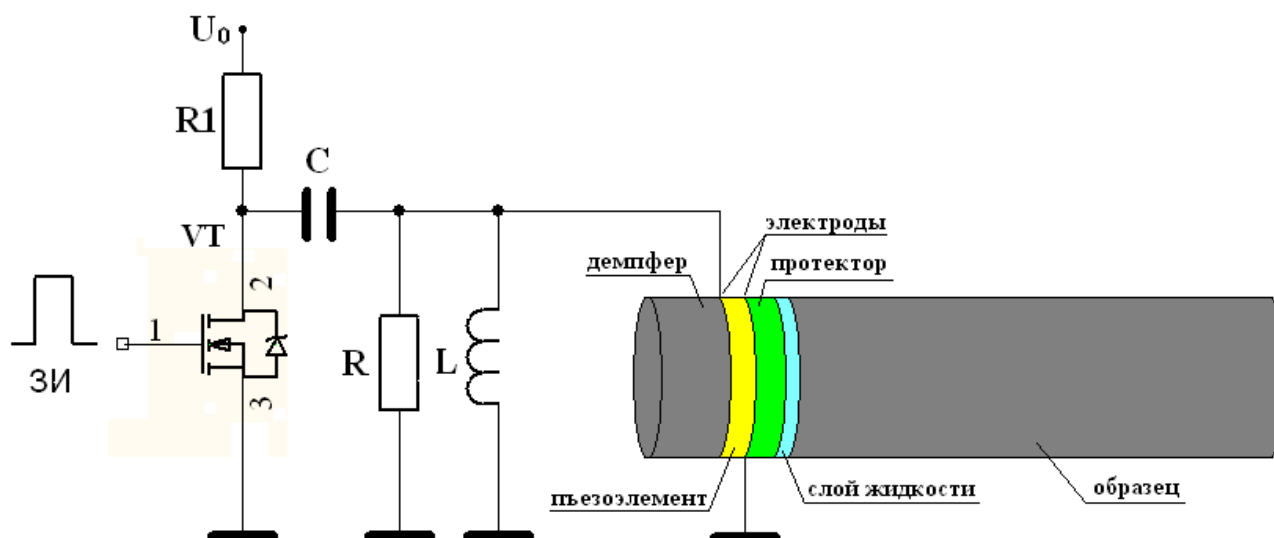


Рис. 4. Электромеханическая модель.

Проведем опробование данной модели. С этой целью был создан макет прямого ультразвукового преобразователя с частотой 2МГц, пьезоэлемент диаметром 10мм, материал ЦТС-19. Также создан макет генератора зондирующих импульсов. Подробные характеристики макетов представлены в таблицах 1 - 3. Параметры пьезокерамики ЦТС-19 взяты из данных производителя ООО «Аврора-Элма», сайт <http://www.avrora-elma.ru>

Таблица 1. Параметры пьезоэлемента (материал ЦТС-19)

Параметр	Численное значение
Диаметр	10 мм
Толщина	1 мм
Плотность	7600 кг/м ³
Модуль упругости C_{33}	121 ГПа
Модуль упругости C_{31}	46 ГПа
Пьезомодуль d_{33}	+360*10 ⁻¹² Кл/Н
Пьезомодуль d_{31}	-155*10 ⁻¹² Кл/Н
Относительная диэлектрическая проницаемость по оси x_3	1650

Проводимость ψ	$60 \cdot 10^{-12}$ См/м
Резонансная частота	2 МГц
Статическая емкость	1147 пФ

Таблица 2. Параметры элементов акустической системы

Элемент	Толщина	Плотность	Модуль упругости	Вязкость
Демпфер (акриловая смола с наполнителем Pb_2O_3)	6 мм	8200 кг/м ³	70 ГПа	800 Па/с
Электроды пьезоэлемента (серебро)	0,05 мм	10500 кг/м ³	82,7 ГПа	0
Протектор (керамика SiO_2)	0,5 мм	2650 кг/м ³	93 ГПа	350 Па/с
Слой контактной жидкости (машинное масло)	0,05 мм	1100 кг/м ³	2,3 ГПа	0
Образец (сталь Ст20)	32 мм	7800 кг/м ³	275 ГПа	0

Таблица 3. Параметры генератора зондирующих импульсов

Параметр	Численное значение	
Транзистор VT	Сопротивление в закрытом состоянии	2 МОм
	Сопротивление в открытом состоянии	0,1 Ом
	Длительность зондирующего импульса	250 нс
	Длительность переходного процесса (вкл-выкл)	15 нс
	Напряжение отсечки	600 В
Конденсатор С	Напряжение заряда в начальном состоянии	300 В
	Емкость	68 нФ
Сопротивление R	560 Ом	
Индуктивность L	7 мкГ	

Рисунки 5-7 демонстрируют результаты расчетов и экспериментов. Экспериментальные осциллограммы сигналов на Рис.6Б и Рис.7Б получены с помощью осциллографа фирмы Tectronics TDS 3032.

На Рис.7. показано поле механических напряжений в различные моменты времени. После воздействия зондирующего импульса ультразвуковые волны излучаются в образец и одновременно в демпфер (Рис.5А). Затем происходит распространение акустического импульса в образце. В демпфере ультразвуковой импульс постепенно поглощается (Рис.5Б). Впоследствии акустический импульс отражается от донной поверхности образца и приходит обратно в пьезоэлемент, формируется донный эхосигнал.

Электрический зондирующий импульс показан на Рис.6. Во время, когда транзистор VT открыт, на преобразователе формируется отрицательный импульс, область 1 Рис.6А. Затем наблюдаются свободные затухающие колебания электрического контура, состоящего из индуктивности L и емкости ПЭП. Однако, первый положительный полупериод превышает напряжение отсечки транзистора и его амплитуда ограничивается, область 2 на Рис.6А. Все эти особенности хорошо видны в эксперименте Рис.6Б.

Вид реверберационно-шумовой характеристики 1,2 и донный эхосигнал 3 показаны на Рис.7. В частности сигнал 2 представляет собой ослабленный эхосигнал от наружной поверхности демпфера. Его также видно и на экспериментальной осциллограмме Рис.7Б. Формы сигналов, полученных путем моделирования (Рис.7А), и в эксперименте (Рис.7Б) хорошо совпадают. Реальная амплитуда донного эхосигнала оказалась на 5 дБ меньше, чем в расчетах. Это различие

может быть обусловлено ослаблением донного эхосигнала из-за расхождения ультразвукового поля ПЭП или отличием пьезомодулей макета ПЭП и паспортного значения производителя.

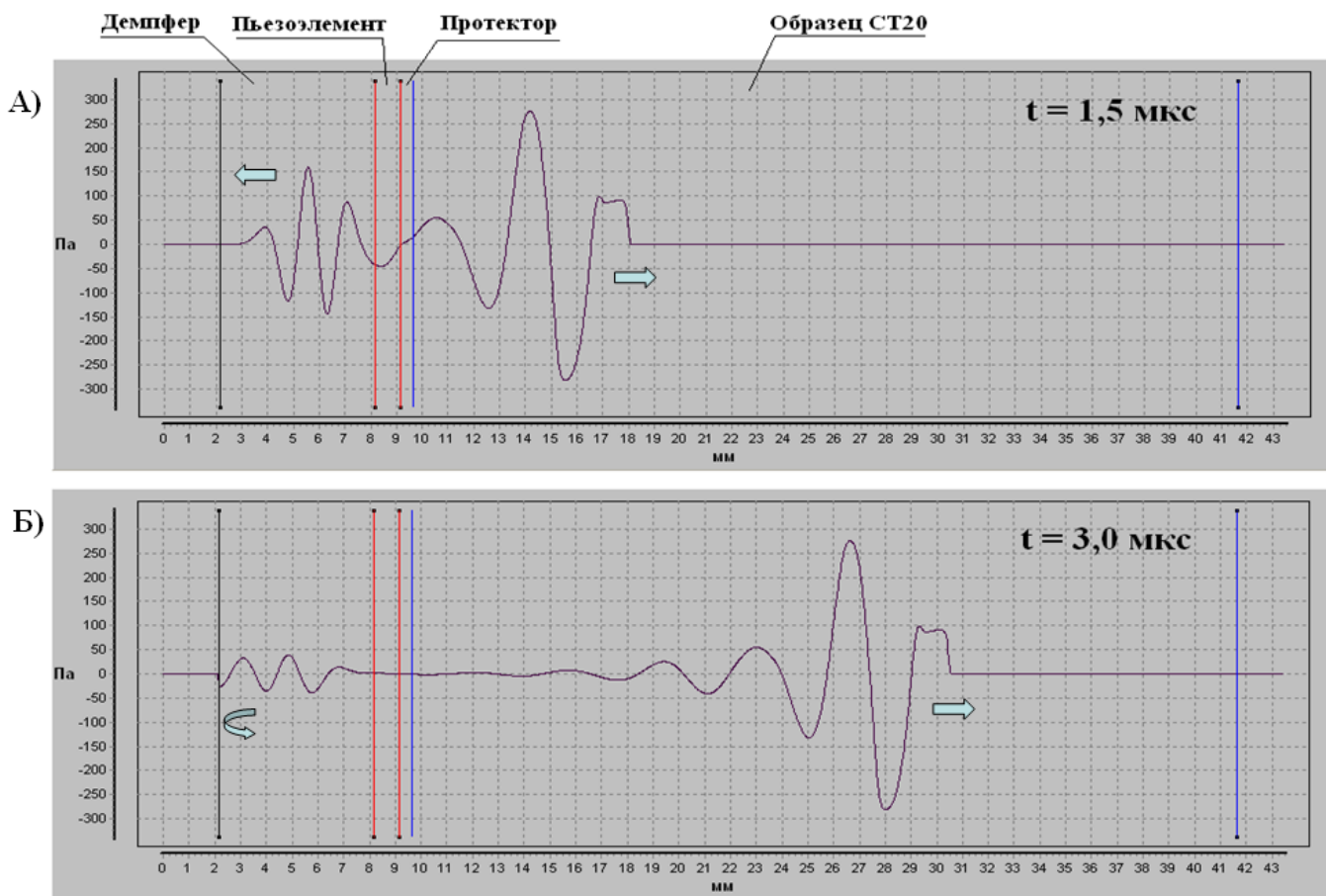


Рис. 5. Поле механических напряжений в различные моменты времени.

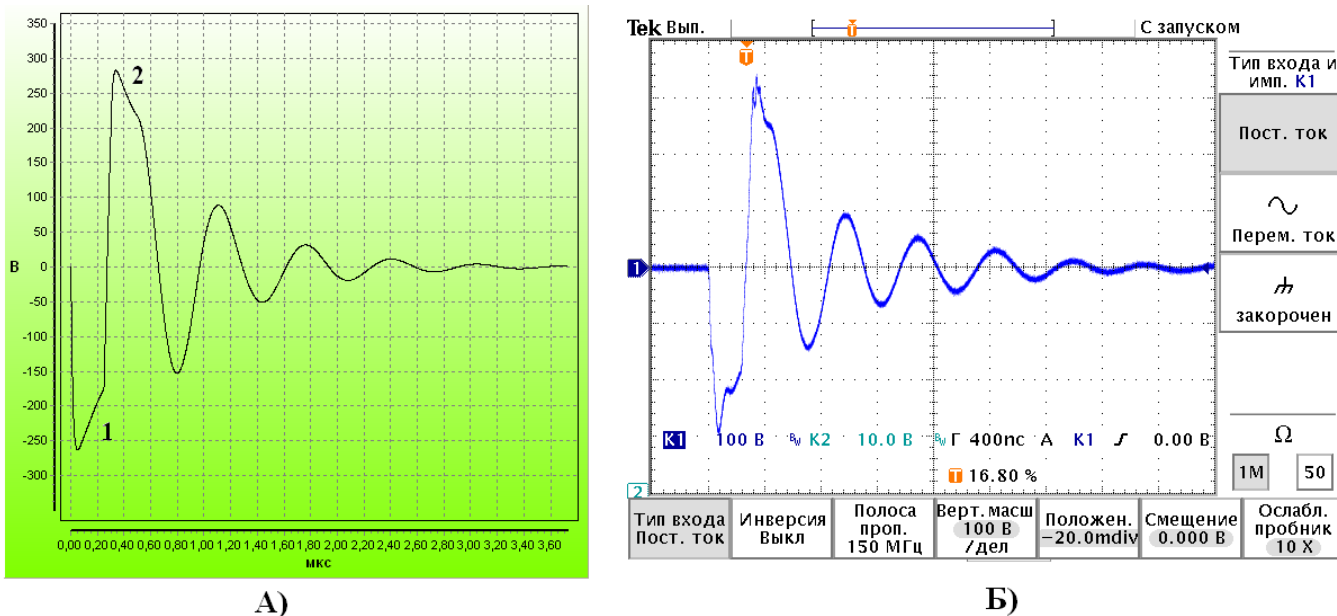


Рис. 6. Осциллограмма зондирующего импульса
А) Расчет. Б) Эксперимент.

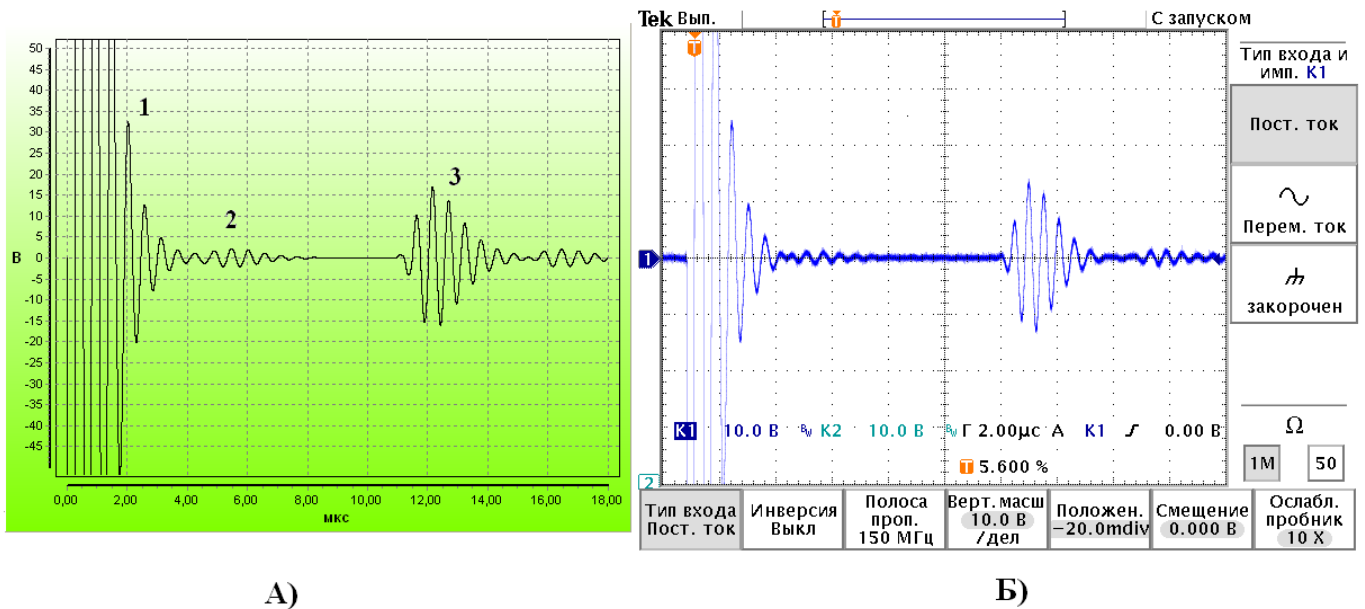


Рис. 7. Осциллограмма донного эхосигнала
 А) Расчет. Б) Эксперимент.

Представленные результаты расчетов и экспериментов показывают, что электромеханическая модель, предложенная в данной работе, вполне адекватно отражает реальные электрические и волновые процессы, происходящие при возбуждении зондирующих импульсов в ПЭП, преобразовании их в акустические колебания и прием эхосигналов.

Данная модель может быть полезна при выборе материалов ультразвуковых преобразователей (пьезоэлемент, демпфер, протектор), а также для оценки изменения характеристик ПЭП в зависимости от влияющих факторов, таких как толщина слоя контактной жидкости, температура, старение материалов.

Модель хорошо помогает в разработке узлов электронных схем (генератор зондирующих импульсов, согласующие элементы, входные цепи приемного усилителя), которые обеспечивают эффективную работу ультразвуковых преобразователей. Тестовые расчеты позволяют определить предельные режимы схемы (пиковые напряжения и токи) и характеристики ПЭП, реализуемые при его совместной работе с электронным устройством (дефектоскопом).

Один из способов повышения чувствительности преобразователя – увеличение амплитуды зондирующего импульса. Здесь есть предел, связанный с насыщением электрического поля в пьезоматериале. В пьезокерамике ЦТС-19 при напряженности поля около 300 кВ/м и более наблюдается уменьшение диэлектрической проницаемости и пьезомодуля. Кроме того, увеличиваются электрические потери. В общем случае параметры материала становятся нелинейными. Заметим, что в больших электрических полях упругие свойства пьезокерамики практически линейны. Уровень механических напряжений составляет примерно 5% от предела упругости. Преобразователь вполне стабильно работает, когда внутри пьезоэлемента создают мощное импульсное электрическое поле. Данную модель можно модифицировать, учесть нелинейные эффекты для параметров e_{33} , ϵ_3 , ψ . При этом общий алгоритм расчета остается без изменений.

Список литературы

1. Бархатов В.А. Решение волновых уравнений методом конечных разностей во временной области. Двумерная задача. Основные соотношения. Дефектоскопия, №9, 2007, с. 54-70.
2. Бархатов В.А. Моделирование ультразвуковых волн методом конечных разностей во временной области. Двумерная задача. Оптимальные алгоритмы. Анализ погрешностей. Поглощающие области вблизи границ сетки. Дефектоскопия, №6, 2009, с.58-75.
3. Fornberg B. The pseudospectral method : Comparisons with finite differences for the elastic wave equation, *Geophysics* 52, 483-501, 1987.
4. Fellingner, P., Marklein, R., Langenberg, K. J., and Klaholz, S. Numerical modeling of elastic-wave propagation and scattering with EFIT -elastodynamic finite integration technique. *Wave Motion* 21, 1 (1995), 47–66.
5. Kostek, S., and Randall, C. J. Modeling of a piezoelectric transducer and its application to full-wave-form acoustic logging. *Journal of the Acoustical Society of America* 95, 1 (1994), 109–122.
6. Veidt, M., Liu, T. R., and Kitipornchai, S. Experimental investigation of the acousto-ultrasonic transfer characteristics of adhesively bonded piezoceramic transducers. *Smart Materials and Structures* 9, 1 (2000), 19–23.
7. Schubert, F. Numerical time-domain modeling of linear and nonlinear ultrasonic wave propagation using finite integration techniques – theory and applications. *Ultrasonics* 42 (2004), 221–229.
8. Raghavan, A., and Cesnik, C. E. S. Finite-dimensional piezoelectric transducer modeling for guided wave based structural health monitoring. *Smart Materials and Structures* 14, 6 (2005), 1448–1461.
9. Yang, M. J., and Qiao, P. Z. Modeling and experimental detection of damage in various materials using the pulse-echo method and piezoelectric sensors/actuators. *Smart Materials and Structures* 14, 6 (2005), 1083–1100.
10. Chagla F., Smith P.M. Finite difference time domain methods for piezoelectric crystals, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.* 53, 1895-1901, 2006.
11. Paradies, R., and Melnykowycz, M. Numerical stress investigation for piezoelectric elements with a circular cross section and interdigitated electrodes. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 18, 9 (2007), 963–972.
12. IEEE Standard on Piezoelectricity (ANSI/IEEE Standard 176-1987,1988).
13. Чуа Л.О. Пен-Мен Лиин. Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные схемы). М.: Энергия, 1980.
14. Л.П.Гаврилов, Д.А.Соснин Расчет и моделирование линейных электрических цепей с применением ПК. – М.: СОЛОН-Пресс, 2010. – 448с.